

プレイヤーが3人の場合の利得表を用いた解法

浅古泰史

本稿は、浅古泰史・図斎大・森谷文利『活かすゲーム理論』有斐閣の第2章までを読んだ読者を対象としたオンライン・コンテンツです。3人のプレイヤーがいる場合のナッシュ均衡を、利得表を用いて求める方法を解説します。

本書の第2章5節では、 N 人のゲームとして3人以上のプレイヤーがいる場合の分析方法を紹介しました。そこでは、利得表を使わずにナッシュ均衡を求めていました。3人以上の場合のゲームでは、無理に利得表を用いないことをお勧めしますが、プレイヤーの数がちょうど3人であり、かつ戦略の数が少ない場合には、利得表を用いた分析も可能です。このオンライン・コンテンツでは、利得表を用いて、3人のゲームにおけるナッシュ均衡を求める方法を紹介します。

表1 プレーヤーが3人の場合の利得表

		プレーヤー3				
		A		B		
		プレーヤー2		プレーヤー2		
		L	R	L	R	
プレーヤー1	T	1, 6, 2	5, 8, 3	T	0, 0, 0	6, 3, 1
	D	2, 2, 0	4, 0, 0	D	2, 2, 1	4, 1, 2

プレイヤーが3人おり、その各プレイヤーはそれぞれ2つの戦略を有する場合を考えましょう。利得表に示すと、表1のようになります。利得表が2つありますね。それぞれの利得表は、プレイヤーが2人（プレイヤー1と2）だったときと変わりありません。縦に並んだ戦略TとDはプレイヤー1の戦略であり、横に並んだ戦略LとRはプレイヤー2の戦略になります。この部分は、2人のプレイヤーのゲームと一緒にです。一方で、2つの利得表の上に、それぞれAとBという名前がついています。このAとBがプレイヤー3の戦略です。つまり、プレイヤー3は、左側の利得表を選ぶか、あるいは右側の利得表を選ぶかを定めるプレイヤーであるということになります。各マスに3つの数字が並んでいますが、最初から順番にプレイヤー1、プレイヤー2、プレイヤー3の利得です。例えば、左側の利得表の左上のマスは、プレイヤー1がTを、プレイヤー2がLを、そしてプレイヤー3がAを選んでいく状況下での利得を示しています。右側の利得表の左下のマスで各プレイヤーが選択している戦略は(D,L,B)ということですね。

それではナッシュ均衡を求めていきましょう。まずは、最適反応を見つけていかなければなりませ

ん。プレイヤー1とプレイヤー2の最適反応を求める方法は、今までと変わりありません。プレイヤー1の最適反応から考えていきましょう。表2を見てください。3人のプレイヤーがいるので、プレイヤー2とプレイヤー3の2人の戦略の組に対する最適反応を考えないといけません。まず、プレイヤー2がLを選び、プレイヤー3がAを選んでいるとき、つまり(L,A)に対する最適反応は何でしょうか。この場合、左側の利得表の左側の列を見る必要があります。プレイヤー1がTを選べば1の利得ですが、Dを選べば利得は2になるので、(L,A)に対する最適反応はDです。なので、表2に○をつけましょう。次に、プレイヤー2がRを選び、プレイヤー3がBを選んでいるときの最適反応を考えましょう。これは、右側の利得表の右側の列ですね。今度は、 $6 > 4$ からTが最適反応です。これを続けていくと、(R,A)に対する最適反応はTであり、(L,B)に対する最適反応はDだとわかります。

表2 プレイヤー1と2の最適反応

		プレイヤー3				プレイヤー3	
		プレイヤー2				プレイヤー2	
		L	R			L	R
プレイヤー1	T	1, 6, 2	5, 8, 3	プレイヤー1	T	0, 0, 0	6, 3, 1
	D	2, 2, 0	4, 0, 0		D	2, 2, 1	4, 1, 2

では、プレイヤー2の最適反応はどうでしょうか。まず、プレイヤー1がTを選び、プレイヤー3がAを選んでいるときの最適反応は、左側の利得表の上の行を見る必要があります。プレイヤー2がLを選べば6の利得ですが、Rを選べば利得は8になるので、(T,A)に対する最適反応はRです。○をつけましょうね。次に、プレイヤー1がDを選び、プレイヤー3がBを選んでいるときの最適反応は、右側の利得表の下の方を見ます。今度は、 $2 > 1$ からLが最適反応ですね。これを続けていくと、(D,A)に対する最適反応はLであり、(T,B)に対する最適反応はRだとわかります。

表3 プレイヤー3の最適反応

		プレイヤー3				プレイヤー3	
		プレイヤー2				プレイヤー2	
		L	R			L	R
プレイヤー1	T	1, 6, 2	5, 8, 3	プレイヤー1	T	0, 0, 0	6, 3, 1
	D	2, 2, 0	4, 0, 0		D	2, 2, 1	4, 1, 2

最後に、プレイヤー3の最適反応を探しましょう。表3を見てください。まず、プレイヤー1がTを選び、プレイヤー2がLを選んでいるときの最適反応を考えます。このとき、プレイヤー3がAを選べば、結果は左側の利得表の左上のマスになります。一方で、Bを選べば右側の利得表の左上のマスが結果です。この2つのマスにおけるプレイヤー3の利得は、赤色にしています。プレイヤー1がTを選び、プレイヤー2がLを選んでいるときに、プレイヤー3がA(左側の利得票)を選べば2の

利得ですが、B（右側の利得表）を選べば利得は0になるので、(T,L)に対する最適反応はAです。表3のプレイヤー3の利得の部分に○をつけましょう。次に、プレイヤー1がTを選び、プレイヤー2がRを選んでいる場合、Aを選べば左側の利得表の右上が、Bを選べば右側の利得表の右上が結果になります。ここでのプレイヤー3の利得は緑色にしています。この緑色の利得2つを比較するわけです。 $3 > 1$ ですから、(T,R)に対する最適反応もAです。このように他の場合も分析していきます。プレイヤー1がDを選び、プレイヤー2がLを選んでいるときは、2つの利得表の左下を（青色の利得）比較します。(D,L)に対する最適反応はBですね($0 < 1$)。同様に、プレイヤー1がDを選び、プレイヤー2がRを選んでいるときも（2つの利得表の右下の紫色の利得の比較）、最適反応はBです($0 < 2$)。

これで全員の最適反応がわかりました。表2と表3を合わせて、全員が最適反応を選択している戦略の組は、(T,R,A)と(D,L,B)だとわかります。この2つがナッシュ均衡です。

＊

ここでは2つの戦略を有する3人のプレイヤーがいるゲームを考えました。戦略の数が増えて、1人のプレイヤーが5つの戦略を有するとしましょう。この場合、利得表が 5×5 になるだけではなく、プレイヤー3も5つの戦略を持つわけですから、利得表の数も5つになります。また、戦略の数が2つでも、プレイヤーの数が4人になれば、表1をもう1つ書き、利得表の数を4つにしないといけません。戦略の数やプレイヤーの数が少し増えるだけで、書かなければいけない利得表の数はドンドン増えていくわけです。分析がややこしくなりそうですね。ですので、3人以上のゲームでは、本著の中で分析したように、しっかりと場合分けをしたうえで、利得表を用いずに分析していく方が無難だと思います。