

第2章 ウェブ補論

補論 2.1 ラスパイレス型価格指数とは (p68)

補論 2.2 パーシェ型価格指数とは (p68)

補論 2.3 実質 GDP の寄与度分解に関する補足 (p80)

教科書の第2章において、CPI と GDP デフレーターの違いの一つに計算方法の違いがあると説明しました。実は、CPI の計算方法は、ラスパイレス型価格指数と呼ばれる価格指数（物価指数）の計算方法と同じになっています。一方の GDP デフレーターはパーシェ型価格指数と同じ計算方法によって作成されています。以下では、ラスパイレス型価格指数とパーシェ型価格指数について紹介します。

補論 2.1 ラスパイレス型価格指数とは

ラスパイレス型価格指数とは、ドイツの経済学者エディンヌ・ラスパイレスが考案した価格指数または物価指数のことを言います。これは各財の基準年の数量を固定し、各年の価格を利用してその購入費用を計算し、基準年の購入費用との比率によって比較する価格指数のことです。消費者物価指数は、ラスパイレス型価格指数の一例になります。

具体的な計算手続きは次のようになります。いま財 1 と財 2 の 2 つの財が生産され取引されている経済を考えます。ある t 年におけるそれぞれの財の価格を $P_{1,t}$ と $P_{2,t}$ とし、生産量を $Q_{1,t}$ と $Q_{2,t}$ とします。またこの t 年を基準年とします。いま、ラスパイレス型価格指数を I_L とし、 t 年と $t+1$ 年のラスパイレス型価格指数を求めてみましょう。基準年である t 年の購入費用は、

$$P_{1,t}Q_{1,t} + P_{2,t}Q_{2,t}$$

とかけます。 $t+1$ 年の購入費用は、財の数量だけは基準年のものを用いて、 $t+1$ 年の各財の価格を用いて計算すると、

$$P_{1,t+1}Q_{1,t} + P_{2,t+1}Q_{2,t}$$

です。 $t+1$ 年の購入費用を基準年の購入費用で割ることでラスパイレス型価格指数を求めます。

$$I_{L,t+1} = \frac{P_{1,t+1}Q_{1,t} + P_{2,t+1}Q_{2,t}}{P_{1,t}Q_{1,t} + P_{2,t}Q_{2,t}}$$

となります。また、基準年のラスパイレス型価格指数は、

$$I_{L,t} = \frac{P_{1,t}Q_{1,t} + P_{2,t}Q_{2,t}}{P_{1,t}Q_{1,t} + P_{2,t}Q_{2,t}} = 1$$

となるため、基準年については常に 1 となるように作成されています。なお、本文では計算過程において 100 をかけるため、基準年の値は常に 100 になるように作成しています。100 をかけるかどうかは、基準年の値を 1 に基準化するか、100 に基準化するかの違いだけです。

一般に $t+j$ 年のラスパイレス価格指数は、

$$I_{L,t+j} = \frac{P_{1,t+j}Q_{1,t} + P_{2,t+j}Q_{2,t}}{P_{1,t}Q_{1,t} + P_{2,t}Q_{2,t}}$$

と表すことができます。さらに、財の数を2から一般に n とするときは、

$$I_{L,t+j} = \frac{P_{1,t+j}Q_{1,t} + P_{2,t+j}Q_{2,t} + \cdots + P_{n,t+j}Q_{n,t}}{P_{1,t}Q_{1,t} + P_{2,t}Q_{2,t} + \cdots + P_{n,t}Q_{n,t}} = \frac{\sum_{i=1}^n P_{i,t+j}Q_{i,t}}{\sum_{i=1}^n P_{i,t}Q_{i,t}}$$

と求めることができます。

また、ラスパイレス型価格指数は、

$$I_{L,t+j} = \frac{\sum_{i=1}^n P_{i,t+j}Q_{i,t}}{\sum_{i=1}^n P_{i,t}Q_{i,t}} = \sum_{i=1}^n \frac{P_{i,t+j}}{P_{i,t}} \frac{P_{i,t}Q_{i,t}}{\sum_{i=1}^n P_{i,t}Q_{i,t}} = \sum_{i=1}^n w_{i,t}^L \frac{P_{i,t+j}}{P_{i,t}}$$

と記述できます。ここで、 $w_{i,t}^L = \frac{P_{i,t}Q_{i,t}}{\sum_{i=1}^n P_{i,t}Q_{i,t}}$ は基準年における財 i にかかる購入費用の全体の購

入費用に対する割合です。これを合計すると、

$$\sum_{i=1}^n w_{i,t}^L = \sum_{i=1}^n \frac{P_{i,t}Q_{i,t}}{\sum_{i=1}^n P_{i,t}Q_{i,t}} = \frac{\sum_{i=1}^n P_{i,t}Q_{i,t}}{\sum_{i=1}^n P_{i,t}Q_{i,t}} = 1$$

であることから、ラスパイレス型価格指数は、購入費用をウェイトとして、基準年との価格比の加重平均であるということが出来ます。またウェイト $w_{i,t}^L$ は全て基準年の数値を用いているため固定的であることから、固定ウェイトになっています。

補論 2.2 パーシェ型価格指数とは

パーシェ型価格指数とは、ドイツの経済学者ハーマン・パーシェが考案した価格指数または物価指数のことを言います。これは各財の比較する年（比較年）の数量を用いて、各年の価格を用いて計算した購入費用と、基準年の価格を用いて計算した購入費用との比率によって比較する価格指数のことです。GDP デフレーターは、パーシェ型価格指数の一例になります。

具体的な計算手続きは次のようになります。いま財1と財2の2つの財が生産され取引されている経済を考えます。ある t 年におけるそれぞれの財の価格を $P_{1,t}$ と $P_{2,t}$ とし、生産量を $Q_{1,t}$ と $Q_{2,t}$ とします。またこの t 年を基準年とします。いま、パーシェ型価格指数を I_P として、比較年 $t+1$ 年のパーシェ型価格指数を求めると次のようになります。

$$I_{P,t+1} = \frac{P_{1,t+1}Q_{1,t+1} + P_{2,t+1}Q_{2,t+1}}{P_{1,t}Q_{1,t+1} + P_{2,t}Q_{2,t+1}}$$

となります。また、基準年のラスパイレス型価格指数は、

$$I_{P,t} = \frac{P_{1,t}Q_{1,t+1} + P_{2,t}Q_{2,t+1}}{P_{1,t}Q_{1,t+1} + P_{2,t}Q_{2,t+1}} = 1$$

となるため、基準年については常に1となるように作成されています。なお、計算過程において100をかける場合、基準年の値は常に100になるように作成しています。100をかけ

るかどうかは、基準年の値を1に基準化するか、100に基準化するかの違いであり、価格指数の定義によって異なります。

一般に $t+j$ 年のパーシェ価格指数は、

$$I_{P,t+j} = \frac{P_{1,t+j}Q_{1,t+j} + P_{2,t+j}Q_{2,t+j}}{P_{1,t}Q_{1,t+j} + P_{2,t}Q_{2,t+j}}$$

と表すことができます。さらに、財の数を2から一般に n とするときは、

$$I_{P,t+j} = \frac{P_{1,t+j}Q_{1,t+j} + P_{2,t+j}Q_{2,t+j} + \dots + P_{n,t+j}Q_{n,t+j}}{P_{1,t}Q_{1,t+j} + P_{2,t}Q_{2,t+j} + \dots + P_{n,t}Q_{n,t+j}} = \frac{\sum_{i=1}^n P_{i,t+j}Q_{i,t+j}}{\sum_{i=1}^n P_{i,t}Q_{i,t+j}}$$

と求めることができます。

また、パーシェ型価格指数は、

$$I_{P,t+j} = \frac{\sum_{i=1}^n P_{i,t+j}Q_{i,t+j}}{\sum_{i=1}^n P_{i,t}Q_{i,t+j}} = \sum_{i=1}^n \frac{P_{i,t+j}}{P_{i,t}} \frac{P_{i,t}Q_{i,t+j}}{\sum_{i=1}^n P_{i,t}Q_{i,t+j}} = \sum_{i=1}^n w_{i,t+j}^P \frac{P_{i,t+j}}{P_{i,t}}$$

と記述できます。ここで、 $w_{i,t+j}^P = \frac{P_{i,t}Q_{i,t+j}}{\sum_{i=1}^n P_{i,t}Q_{i,t+j}}$ は比較年の財 i の数量を基準年の価格で計算し

た購入費用の n 財全体の購入費用に対する割合です。これを合計すると、

$$\sum_{i=1}^n w_{i,t+j}^P = \sum_{i=1}^n \frac{P_{i,t}Q_{i,t+j}}{\sum_{i=1}^n P_{i,t}Q_{i,t+j}} = \frac{\sum_{i=1}^n P_{i,t}Q_{i,t+j}}{\sum_{i=1}^n P_{i,t}Q_{i,t+j}} = 1$$

であることから、パーシェ型価格指数は、 $w_{i,t+j}^P$ をウェイトとして、基準年との価格比の加重平均であるということが出来ます。またウェイト $w_{i,t+j}^P$ は比較年によって変わることから、可変ウェイトになっています。

補論 2.3 実質 GDP の寄与度分解に関する補足 (p80)

補論で紹介した寄与度分解の計算の方法は、固定基準年方式の年次の実質 GDP の時に適用可能な方法です。実際は、四半期の寄与度を計算する場合と、連鎖方式の年次・四半期の実質 GDP について寄与度を計算する場合には、少し異なる計算手続きが行われています。以下、その手続きについて紹介します。寄与度の計算には、最後に 100 をかける場合もありますが、ここでは数式の簡単化のため省略します。

固定基準年方式の場合

- ・年次の実質 GDP の前年比の寄与度分解
- $p_{i,t}$: t 年次の項目 i のデフレーター(物価指数)
- $p_{i,0}$: 固定した基準年の項目 i のデフレーター
- $q_{i,t}$: t 年次の項目 i の数量指数(実質値)

$$\text{項目}i\text{の寄与度} = \frac{p_{i,0}q_{i,t-1}}{\sum_i p_{i,0}q_{i,t-1}} \times \frac{q_{i,t} - q_{i,t-1}}{q_{i,t-1}}$$

前年の実質値によるウエイト q_i の成長率

ポイント：前年の実質値によってウエイトを作成

・四半期実質 GDP の前期比の寄与度分解

$p_{i,t}$ ： t 年次の項目 i のデフレーター(物価指数)

$p_{i,0}$ ：固定した基準年の項目 i のデフレーター

q_i^k ： t 年次の第 k 四半期の項目 i の四半期数量指数(実質値)

q_i^{k-1} ： q_i^k の前期の四半期数量指数(実質値)

$$\text{項目}i\text{の寄与度} = \frac{p_{i,0}q_i^{k-1}}{\sum_i p_{i,0}q_i^{k-1}} \times \frac{q_i^k - q_i^{k-1}}{q_i^{k-1}}$$

前年の実質値によるウエイト q_i の成長率

ポイント：前期の実質値によってウエイトを作成

連鎖方式の場合

・年次の実質 GDP の前年比の寄与度分解

$p_{i,t}$ ： t 年次の項目 i のデフレーター(物価指数)

$p_{i,t-1}$ ： $t-1$ 年次の項目 i のデフレーター

$q_{i,t}$ ： t 年次の項目 i の数量指数(実質値)

$$\text{項目}i\text{の寄与度} = \frac{p_{i,t-1}q_{i,t-1}}{\sum_i p_{i,t-1}q_{i,t-1}} \times \frac{q_{i,t} - q_{i,t-1}}{q_{i,t-1}}$$

前年の名目値によるウエイト q_i の成長率

注1：前年の名目値によってウエイトを作成

注2：連鎖方式の実質 GDP は、項目の加法整合性を満たさないため、そのズレとして開差が存在し、「実質 GDP = 各項目の実質値の和 + 開差」となっています。寄与度についても、寄与度の合計と実質 GDP 成長率との開差は比例的に配分しています。

注3：ここでの加法整合性とは、「実質 GDP = 各項目の実質値の和」という関係を満たすことをいいます。固定基準年方式の実質 GDP は加法整合性を満たします。

・四半期実質 GDP の前期比の寄与度分解

$p_{i,t}$ ： t 年次の項目 i のデフレーター(物価指数)

$p_{i,0}$ ：固定した基準年の項目 i のデフレーター

q_i^k ： t 年次の第 k 四半期の項目 i の四半期数量指数(実質値)

q_i^{k-1} ： q_i^k の前期の四半期数量指数(実質値)

$$\text{項目}i\text{の寄与度} = \frac{p_{i,t-1}q_i^{k-1}}{\sum_i p_{i,t-1}q_i^{k-1}} \times \frac{q_i^k - q_i^{k-1}}{q_i^{k-1}}$$

前期の名目値によるウェイト q_i の成長率

注1：前年の年次のデフレーターにより作成した前期の名目値によってウェイトを作成

注2：連鎖方式の実質 GDP は、項目の加法整合性を満たさないため、そのズレとして開差が存在し、「実質 GDP = 各項目の実質値の和 + 開差」となっています。寄与度についても、寄与度の合計と実質 GDP 成長率との開差は比例的に配分しています。

注3：ここでの加法整合性とは、「実質 GDP = 各項目の実質値の和」という関係を満たすことをいいます。固定基準年方式の実質 GDP は加法整合性を満たします。