

第1章 ウェブ補論・実質化の意味、連鎖方式の実質 GDP の計算方法 (p52)

目次

補論1.1 実質化の意味

補論1.2 連鎖方式の実質 GDP の計算方法

補論 1.1 実質化の意味

固定基準年方式の GDP デフレーターは、

$$\text{GDP デフレーター} = \frac{\text{名目 GDP}}{\text{実質 GDP}} \times 100$$

でした (必ずしも 100 をかける必要はありませんが、本文に合わせて 100 をかけています)。よって、

$$\text{名目 GDP} = \text{実質 GDP} \times \left(\frac{\text{GDP デフレーター}}{100} \right)$$

という関係があります。この関係は、固定基準年方式だけではなく、次に説明する連鎖方式の場合にも成立することは後で確認します。財の価格を P_t 、財の数量を Q_t とし、基準年は 0 年、比較年を t 年とすると、上記の関係は、

$$\sum P_t Q_t = \sum P_0 Q_t \times \frac{\sum P_t Q_t}{\sum P_0 Q_t}$$

となります。ここで財の index は省略しています。この両辺を基準時の名目 $\text{GDP} = \sum P_0 Q_0$ で割ると、

$$\frac{\sum P_t Q_t}{\sum P_0 Q_0} = \frac{\sum P_0 Q_t}{\sum P_0 Q_0} \times \frac{\sum P_t Q_t}{\sum P_0 Q_t}$$

金額指数 ラスパイレス数量指数 パーシェ価格指数

$\frac{\sum P_t Q_t}{\sum P_0 Q_0}$ を金額指数と呼び、分子・分母とも名目額になっています。 $\frac{\sum P_0 Q_t}{\sum P_0 Q_0}$ は価格を一定として、基準年から比較年の数量の変化を知るラスパイレス数量指数という数量に関する指数になっています。最後の $\frac{\sum P_t Q_t}{\sum P_0 Q_t}$ はパーシェ価格指数と呼ばれます。一般に

$$\text{金額指数} = \text{ラスパイレス数量指数} \times \text{パーシェ価格指数}$$

という関係があります。ラスパイレスとパーシェはドイツの経済学者の名前で、両者とも価格指数の定式化を考案しています。詳しくは第2章のウェブサポートを参照してください。

また、消費者物価指数に用いているラスパイレス価格指数を用いる場合には、

$$\frac{\sum P_t Q_t}{\sum P_0 Q_0} = \frac{\sum P_t Q_t}{\sum P_t Q_0} \times \frac{\sum P_t Q_0}{\sum P_0 Q_0}$$

金額指数 パーシェ数量指数 ラスパイレス価格指数

という関係があります。

補論1.2 連鎖方式による実質 GDP の計算方法

連鎖方式による実質 GDP の計算方法を2つ紹介します。財の価格を P_t ，財の数量を Q_t とし，参照年は0年，比較年を t 年とします。ここで財の index は省略します。

方法1：

1つ目の方法は，実質 GDP をラスパイレス数量指数で連鎖させることで計算します。参照年は実質 $GDP_0 =$ 名目 GDP_0 とする。比較年 t 年について，前期 $t-1$ 年の実質 GDP に，前期 $t-1$ 年を基準としたラスパイレス数量指数をかけることにより，実質 GDP を求めることができます。

具体的には

$$\text{実質 GDP}_t = \frac{\sum P_{t-1} Q_t}{\underbrace{\sum P_{t-1} Q_{t-1}}_{\text{前年基準のラスパイレス数量指数}}} \times \text{実質 GDP}_{t-1}$$

このように，前年基準のラスパイレス数量指数によって，各年の実質 GDP が連鎖することにより求まることから，連鎖指数と呼びます。

また，方法1における連鎖方式の GDP デフレーターは，次のように求めることができます。参照年の GDP デフレーター $_0 = 100$ とする。比較年 t 年について，前期 $t-1$ 年の GDP デフレーターに，前期 $t-1$ 年を基準としたパーシェ価格指数をかけることにより，実質 GDP を求めることができます。具体的には

$$\text{GDP デフレーター}_t = \frac{\sum P_t Q_t}{\underbrace{\sum P_{t-1} Q_t}_{\text{前年基準のパーシェ価格指数}}} \times \text{GDP デフレーター}_{t-1}$$

と求めることができます。連鎖方式の GDP デフレーターは，前年基準のパーシェ価格指数によって，各年の GDP デフレーターが連鎖することにより求まります。

このように一見別々に作られた連鎖方式の実質 GDP と GDP デフレーターにも，先程紹介した

$$\text{名目 GDP} = \text{実質 GDP} \times \left(\frac{\text{GDP デフレーター}}{100} \right)$$

という関係があることを確認してみます。簡単のため $t=1$ のときを考えます。

$$\begin{aligned}
 \text{実質GDP}_1 \times \left(\frac{\text{GDP デフレーター}_1}{100} \right) &= \frac{\sum P_0 Q_1}{\sum P_0 Q_0} \times \text{実質 GDP}_0 \times \frac{\sum P_1 Q_1}{\sum P_0 Q_1} \times \left(\frac{\text{GDP デフレーター}_0}{100} \right) \\
 &= \frac{\sum P_0 Q_1}{\sum P_0 Q_0} \times \text{名目 GDP}_0 \times \frac{\sum P_1 Q_1}{\sum P_0 Q_1} \times 1 \\
 &= \frac{\sum P_0 Q_1}{\sum P_0 Q_0} \times \sum P_0 Q_0 \times \frac{\sum P_1 Q_1}{\sum P_1 Q_0} = \underbrace{\sum P_1 Q_1}_{\text{名目GDP}_1}
 \end{aligned}$$

このことから、一般の t 年においても、上記の関係が成立することがわかります。

方法2:

2つ目の方法は、1つ目の方法で学んだ、連鎖方式の GDP デフレーターを計算したうえで、各年の名目 GDP を各年の GDP デフレーターで割ることで、実質 GDP を求める方法です。先の説明では、参照年の GDP デフレーターを 100 にしていましたが、計算の無駄を省くために、ここでは参照年の GDP デフレーター = 1 とします。比較年 t 年について、前期 t-1 年の GDP デフレーターに、前期 t-1 年を基準としたパーシェ価格指数をかけることにより、実質 GDP を求めることができます。具体的には

$$\text{GDP デフレーター}_t = \frac{\sum P_t Q_t}{\underbrace{\sum P_{t-1} Q_t}_{\text{前年基準のパーシェ価格指数}}} \times \text{GDP デフレーター}_{t-1}$$

と求めることができます。最後に、連鎖方式において、次の

$$\text{名目 GDP} = \text{実質 GDP} \times \text{GDP デフレーター}$$

の関係が成立するためです。1 ページ目の説明では、GDP デフレーターを 100 で割っていましたが、それは参照年の GDP デフレーターの値を 100 としていたためです。今回は参照年の GDP デフレーターの値を 1 としているため、100 で割る必要はありません。よって、各年について名目 GDP を GDP デフレーターで割ることで、連鎖方式の実質 GDP を得ます。

連鎖方式の実質 GDP の計算例

連鎖方式の実質 GDP は次のように求めることができます。例えば、期間が表 1.5 のように 3 年間であった場合を考えましょう。参照年は2020年とします。

	リンゴ		オレンジ	
	価格	数量	価格	数量
2020	100	10	200	5
2021	120	12	150	7
2022	130	13	210	10

(表 1.5)

方法 1

Step1: 参照年である2020年の連鎖方式の実質 GDP は名目 GDP と同じであるため、

$$\text{連鎖方式実質 GDP}_{2020} = \text{名目 GDP}_{2020} = 100 \times 10 + 200 \times 5 = 2000$$

2021年の連鎖方式の実質 GDP は、方法 1 のように前年基準のラスパイレス数量指数を前年の連鎖方式の実質 GDP にかけることで得られます。よって、

$$\text{連鎖方式実質 GDP}_{2021} = \frac{100 \times 12 + 200 \times 7}{100 \times 10 + 200 \times 5} \times \text{連鎖方式実質 GDP}_{2020} = \frac{2600}{2000} \times 2000 = 2600$$

同様に2022年の連鎖方式の実質 GDP は、方法 1 のように前年基準のラスパイレス数量指数を前年の連鎖方式の実質 GDP にかけることで得られます。よって、

$$\text{連鎖方式実質 GDP}_{2022} = \frac{120 \times 13 + 150 \times 10}{120 \times 12 + 150 \times 7} \times \text{連鎖方式実質 GDP}_{2021} = \frac{3060}{2490} \times 2600 \approx 3195$$

を得ます。

方法 2

Step 1: 各年の前年を基準年として、固定基準年方式の GDP デフレーターと同じ計算を行います (ただしここでは 100 をかけずに数値を求めます)。この数字を x_t とします。(ただし前年が無い最初の年は $x_1 = 1$ とします。)

Step 2: $D_1 = 1$ として、 $D_{t+1} = D_t \times x_{t+1}$ を計算することで、各年の連鎖方式の GDP デフレーターの値 D_t を求めます。

Step 3: 各年の名目 GDP を各年の連鎖方式の GDP デフレーター D_t で割ることにより、連鎖方式の実質 GDP を求めます。

表 1.5 の数値例を使って具体的に計算してみます。ここでは2020年を $t=1$ として、2021年 $t=2$ 、2022年は $t=3$ とします。また2019年以前のデータは無いものと仮定します。また小数点第 5 位は四捨五入しています。

$$\text{Step1 : } x_1 = 1, x_2 = \frac{120 \times 12 + 150 \times 7}{100 \times 12 + 200 \times 7} = \frac{2490}{2600} = 0.9577, x_3 = \frac{130 \times 13 + 210 \times 10}{120 \times 13 + 150 \times 10} = \frac{3790}{3060} \doteq 1.2386$$

$$\text{Step2 : } D_1 = 1, D_2 = D_1 \times x_2 = 0.9577, D_3 = D_2 \times x_3 = 1.1862$$

(ここで得られた D_t は、各年の連鎖方式の GDP デフレーターになります)

Step3 : 各年の名目 GDP を各年の連鎖方式 GDP デフレーターで割る。ここでは小数点以下は四捨五入しています。

$$\text{連鎖方式実質 GDP}_{2020} = \frac{\text{名目GDP}_{2020}}{D_1} = \frac{2000}{1} = 2000$$

$$\text{連鎖方式実質 GDP}_{2021} = \frac{\text{名目GDP}_{2021}}{D_2} = \frac{2490}{0.9577} \doteq 2600$$

$$\text{連鎖方式実質 GDP}_{2022} = \frac{\text{名目GDP}_{2022}}{D_3} = \frac{3790}{1.1862} \doteq 3195$$

期間が3年以上になっても、隣り合う年同士で同じ作業を続けていくことで連鎖方式の実質 GDP を得ることができます。