

『はじめて学ぶ国際金融論』

永易 淳・江阪太郎・吉田裕司（著）

ウェブ補論

発行所 株式会社有斐閣
2015年9月20日 初版第1刷発行

ISBN 978-4-641-15024-9
©2015, Jun Nagayasu, Taro Esaka, Yushi Yoshida. Pined in Japan

第 3 章

1. 相対的 PPP と自国と外国での財バスケットの違い

①各国の財バスケットの中の各財の相対価格が時間を通じて一定（変化率がゼロ）かつ、
②それぞれの財のウェイトが時間を通じて一定（変化率がゼロ）ならば、財バスケットのウェイトが各国で異なっても、変化率で表示された購買力平価である相対的 PPP は成立します。このことを以下の例を用いて証明します。

自国と外国において、それぞれ 2 つの財だけが存在していて、自国の第 1 財の価格は P_1 でそのウェイトが α 、第 2 財の価格は P_2 でそのウェイトが $1-\alpha$ 、外国の第 1 財の価格は P_1^* でそのウェイトが β 、第 2 財の価格は P_2^* でそのウェイトが $1-\beta$ とします（第 1 財と第 2 財のウェイトをたすと 1 になります）。またそれぞれの財について一物一価が成立しているとします。自国と外国の物価水準および財の一物一価は次のように表されます。なお、自国と外国の物価水準は第 1 財と第 2 財との（加重）幾何平均で次のように表されます。

$$P = P_1^\alpha P_2^{1-\alpha} \quad (\text{自国の物価水準})$$

$$P^* = P_1^{*\beta} P_2^{*1-\beta} \quad (\text{外国の物価水準})$$

$$P_1 = SP_1^*, \quad P_2 = SP_2^* \quad (\text{一物一価})$$

上記の式に自然対数をとると次のようになります（小文字は自然対数値を表現）。

$$p = \alpha p_1 + (1-\alpha)p_2$$

$$p^* = \beta p_1^* + (1-\beta)p_2^*$$

$$p_1 = s + p_1^*, \quad p_2 = s + p_2^*$$

変数の差分を表す階差オペレーター Δ を用いて、変化率で表現すると次のようになります。なお、前述の条件②のように、財のウェイトが時間を通じて一定であるとします（時点を示す添字 t は省略）。

$$\Delta p = \alpha \Delta p_1 + (1-\alpha) \Delta p_2 \quad (\text{自国インフレ率}) \tag{1}$$

$$\Delta p^* = \beta \Delta p_1^* + (1-\beta) \Delta p_2^* \quad (\text{外国インフレ率})$$

$$\Delta p_1 = \Delta s + \Delta p_1^*, \quad \Delta p_2 = \Delta s + \Delta p_2^* \tag{2}$$

(1) 式の自国インフレ率を外国インフレ率で引くと次のようになります。

$$\begin{aligned}\Delta p - \Delta p^* &= (\alpha \Delta p_1 + (1 - \alpha) \Delta p_2) - (\beta \Delta p_1^* + (1 - \beta) \Delta p_2^*) \\ \Leftrightarrow \Delta p - \Delta p^* &= \alpha (\Delta p_1 - \Delta p_2) + \Delta p_2 - \beta (\Delta p_1^* - \Delta p_2^*) - \Delta p_2^* \\ \Leftrightarrow \Delta p - \Delta p^* &= \alpha (\Delta p_1 - \Delta p_2) - \beta (\Delta p_1^* - \Delta p_2^*) + \Delta p_2 - \Delta p_2^*\end{aligned}\quad (3)$$

(3) 式の右辺第 3 項目に (2) 式を代入すると次のようになります。

$$\Delta p - \Delta p^* = \alpha (\Delta p_1 - \Delta p_2) - \beta (\Delta p_1^* - \Delta p_2^*) + \Delta s \quad (4)$$

(4) 式の右辺第 1 項と第 2 項は自国と外国の第 1 財と財 2 財の相対価格の変化率をそれぞれ表しています。前述の条件①のように、各国の財バスケットの中の財の相対価格が時間を通じて一定ならば、右辺第 1 項と第 2 項はそれぞれゼロになります。よって、(4) 式は $\Delta p - \Delta p^* = \Delta s$ となり、相対的 PPP が成立します。

以上より、各国の財の相対価格とそれぞれの財のウェイトが時間を通じて一定ならば、たとえ財のウェイトが各国で異なっても、相対的 PPP は成立します。相対的 PPP は絶対的 PPP より緩やかな条件のもとでも成立します。

第 4 章

1. 利上げの効果

カバー付き金利平価が成立していることを説明しましたが、各国の金利は突然に変化することがあります。それは、各国の金融当局が金融政策の一環として、金利を引き下げたり、引き上げたりする時です。各国の金融政策は、為替レートにどのような効果を及ぼすのでしょうか？

(4・2) 式を用いて、自国の金利が引き上げられる場合を考えてみましょう。自国の金利 (i) が引き上げられると左辺の値は大きくなります。金利変化後もカバー付き金利平価が成立するためには、右辺全体も同様に大きくなる必要があります。ここで外国の金融政策上、外国金利は不変であると考えると、残りの先渡レートと直物レートが変化することでカバー付き金利平価が保たれます。

具体的には、先渡レートは上昇、直物レートは下落することです。

すなわち、自国の金利が引き上げられると、先渡レートは自国通貨安に、直物レートは自国通貨高になることが予測されます。

$$i \uparrow = i^* + \ln F_{t+1} \uparrow - \ln S_t \downarrow$$

具体的な数値例で確認してみましょう ((4-2) 式は近似表示なので、微小な誤差が出ることは気にしないでください)。当初の状態が、自国金利が 2%，外国金利が 1%，先渡レートが 101 円/ドル，直物レートが 100 円/ドルだったとします。

$$0.02 = 0.01 + \ln(101) - \ln(100)$$

そこで、自国金利が 4%に引き上げられると、たとえば、先渡レートは 102 円/ドル，直物レートは 99 円/ドルになることで、カバー付き金利平価が成立します。

$$0.04 = 0.01 + \ln(102) - \ln(99)$$

ただし、先渡と直物を個別に考えるとそうなりますが、異なる変化をしたとしても、両方のレートから計算される先渡プレミアムが大きくなれば、カバー付き金利平価は成立します。たとえば、直物レートが逆に自国通貨安（101 円/ドル）に進んだとしても、先渡レートがさらに大きく自国通貨安（104 円/ドル）に進めば、カバー付き金利平価は成立します。

$$0.04 = 0.01 + \ln(104) - \ln(101)$$

実際に、各国の金利が変更されるときには、このような場合も良く観測されます。あくまでも金利裁定で重要なのは、それぞれの為替レートの水準ではなく、2つの為替レートの差である先渡プレミアムなのです。

2. ペソ問題

ペソ問題の厳密な定義は、「資産のファンダメンタルズに将来に離散的な変化がある場合、有限な標本期間では、合理的予測誤差の平均はゼロにならない」と少し難しいのですが、この補論ではできる限りわかりやすく説明したいと思います。まずは具体的な例として、最初のペソ問題をあげて説明します。

そもそも、ここでのペソとはメキシコの通貨のペソのことで、1954年4月から1976年8月までの20年以上も、米ドルに対して0.08ドル/ペソに固定されていました。為替レートが固定されているため、ドル/ペソの先渡取引の必要性もなく、あっても先渡レートも同じ0.08ドル/ペソになるはずでした。しかし、1970年代初頭から先渡レートはペソ安で取引されるようになります。たとえば、1975年6月に契約された、1年物の先渡レートは2.6%ペソ安で取引されていました。(ただし、ペソ金利はドル金利よりも高かったため、カバー付き金利平価に関する問題はありませんでした。)

このような背景の 1 つには、第二次世界大戦終結後から続いたブレトンウッズ体制のものと固定相場制度が 1971 年に崩壊したことがあり、メキシコペソがドルペッグをあきらめることが予想されていたのです。実際に、1976 年 8 月 31 日には、メキシコ当局は対ドルペッグをあきらめて、ペソレートの変動を認めます。その結果、メキシコペソは 0.05 ドル/ペソへと 46%も減価しました。

しかし、市場参加者の予想という観点に立つと、前述の 1975 年 6 月の 1 年後の予想は 2.6%ペソを安く評価しすぎて外れています。また、1975 年 9 月の 1 年後の予想は、同年の 6 月とあまり変わらないのであれば、40%以上ペソを高く評価しすぎて、外れています。すなわち、上記のペソ問題の定義を単純化すると、「将来大きな変化が起こる場合には、為替レートの予測は連続して外れてしまう」ことです。このようなときに、合理的期待（数学上の期待値と同じ予想を経済主体が行うという仮説）の検証をすると、市場参加者は合理的期待をしていないという結論が導かれます。これは「観測期間を限定している」ことにも所以しています。前述の例においても、ペソの実際の切り下げが行われるまでの観測期間では、常にペソを安く評価していますが、ペソ切り下げ後まで含めると、平均的にはプラス・マイナスゼロになる誤差と捉えることができるかもしれません。クラスカー(Krasker, 1980)などは統計的手法を正しく用いると、必ずしも合理的期待は否定できないとしています。

(参考文献) Krasker, W.S.(1980) The peso problem in testing the efficiency of forward exchange markets. *Journal of Monetary Economics*, 6, 269-76.

第 5 章

1. インフレ・ターゲティング

次ページの表 A5.1 には、日本より先んじてインフレ・ターゲティングを導入した国について説明をしています。

表 A5-1 からは、3 つの点を読み取れます。第 1 に、日本より 20 年も前から導入してきた国があることです。これは、先人から良いことも悪いことも学べますので、日本にとっては有利な事です。第 2 に、目標とする物価水準はすべての国で CPI（消費者物価指数）を用い、インフレ率も 2%前後であることがわかります。日本もこの通りに従っています。第 3 にですが、中央銀行だけでなく、財務省等の政府が政策立案に関わる国もあります。これは、中央銀行の独立性と係る問題であり、日銀法の改正の時にもさんざん議論されたことでもあります。現在の金融政策は、政策委員会・金融政策委決定会合によって毎月、現行の金融政策の継続・変更の見直しがされています。投票権を持つのは、日銀総裁(1名)、副総裁(2名)と審議委員(6名)ですが、財務省の副大臣までは出席することがあります。

財務大臣の出席も可能ですが、通例ではほとんどありません。近年では、民主党政権の時に、時の財務大臣の会合の参加の是非でもめたこともあります。

インフレ・ターゲティングの利点には、次の3点があげられます。第1に、数字で目標と責任をはっきりさせること。第2に、中央銀行が独立性を確保し、説明責任も発生すること。第3に、期待インフレ率を安定化させることができることです。インフレ・ターゲティングの具体策については、伊藤は適切な物価指数として消費者物価指数が望ましく、目標数値の設定水準としては2%が良く、期間の設定は2年間程度が良いと、以前から主張していました。実は、これが日本銀行の採択した方法そのものです。

表 A5.1 インフレ・ターゲティングの導入国

	ニュージーランド	カナダ	イギリス	スウェーデン	オーストラリア	日本
導入時期	1990年3月	1991年2月	1992年10月	1995年	1993年4月	2013年3月
目標インフレ率	1-3%だが、平均が2%	2%だが、1-3%の範囲	2%	2%	2-3%	2%
物価指数の指標	CPI	CPI	CPI	CPI	CPI	CPI
目標の決定方法	中銀総裁と財務省の合意	財務省と中銀総裁の合意	財務大臣が年に一回指定	中央銀行理事会	政府と連邦準備銀行	金融政策決定会合

(参考) 伊藤隆敏『インフレ目標政策』日本経済新聞出版社、2013年。

第6章

1. ボラティリティ

ボラティリティの概念を理解するためには、統計学の基本概念である「平均」、「分散」、「標準偏差」について理解する必要があります。詳しくは、大学の統計学の講義を受講するか、統計学の入門テキストを読んでください。ここでは、簡単にだけおさらいをしておきます。ある確率変数 (X) の「平均」を \bar{X} とすると、 $X - \bar{X}$ は「平均からの差」を示します。バラつきを示す「分散」は、『平均からの差』の二乗の平均です。二乗するのは、プラスのバラつきとマイナスのバラつきを総計するとき打ち消し合わさらないようにするための工夫です。「標準偏差」は、二乗したものを元の水準に戻すために行う標準化で、分散の平方根を取ったものとなります。

ボラティリティは、為替レートの減価率(d)の標準偏差で、減価率の標準的なバラつきを示したものです。ボラティリティという表現は、株価等のほかの金融資産価格の変化率に

についても用いられます。

$$\text{ボラティリティ } V = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{t=1}^N (d_t - \bar{d})^2}$$

\bar{d} は減価率の平均, N は期間を示す

2. ランダム・ウォーク・モデルの数値計算の方法

本書の図 6. 3 のグラフを作成する際に生成したデータを確認することで、誤差項やランダム・ウォークのイメージがもう少し理解できるのではないのでしょうか。表 A6. 1 には、図 6. 3 の 4 つのグラフの内、右上の図と左下の図の最初の 10 個のデータを示しています。それでは、表 A6. 1 の「グラフ (右上)」と記されているデータを見てみましょう。まずは、初期値の仮定として第 1 期の X_1 の値が 0 とされています。そして、最初の誤差項としてランダムに生成されたものが、第 2 期の 0.39 という値です。第 2 期の X_2 の値は、ランダム・ウォークの式から、 $0.39 (= X_1 + \varepsilon_2 = 0 + 0.39)$ と得られます。次に第 3 期に生成された誤差項の値は、 -0.43 でした。第 3 期の X_3 の値は、 $-0.04 (= X_2 + \varepsilon_3 = 0.39 - 0.43)$ が得られます。

表 A6. 1 ランダム・ウォーク・モデルの数値例

グラフ(右上)	期	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	誤差項		0.39	-0.43	-0.7	0.72	-0.11	-0.97	0.51	0.91	0.91
	X	0	0.39	-0.04	-0.74	-0.02	-0.13	-1.1	-0.59	0.32	1.23

グラフ(左下)	期	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	誤差項		-0.91	0.54	0.58	0.26	0.65	0.16	0.43	0.44	0.86
	X	0	-0.91	-0.37	0.21	0.47	1.12	1.28	1.71	2.15	3.01

(注) 図 6. 3 のランダム・ウォークのグラフの元のデータ。誤差項の値は、小数点第位を四捨五入している。

3. ニュースと効率的市場の 2 つ目の例

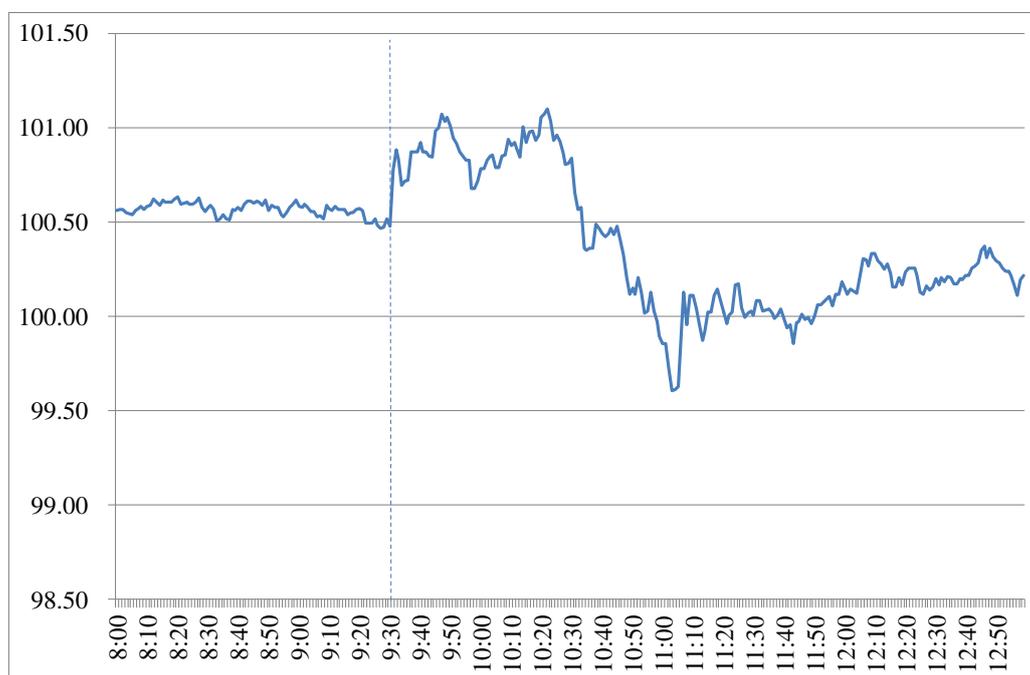
2008 年以降のグローバル金融危機は、リーマン・ショック (2008 年の 9 月にアメリカ投資銀行のリーマン・ブラザーズ社が破綻したこと) が大きな契機だと知られています。しかし、同年の 3 月にも別の米国投資銀行のベア・スターンズが経営危機に陥っていました。ベア・スターンズを救済すべく、ニューヨーク連邦準備銀行と JP モルガンが緊急融資をすることを決断しました。しかし、証券市場でのベア・スターンズの株価の暴落は止まらず、最終的に JP モルガンが吸収合併することで決着がつけました。

図 A6. 1 には、JP モルガンが緊急融資のことを公表した 2008 年 3 月 14 日の午前 9 時前後の円ドルレートが示されています。公表後 30 分後の 9 時 30 分に取引が始まったニュー

ニューヨーク証券取引所では、ベア・スターンズの株価は上昇しました。まったくの同時刻に、アメリカ経済のプラス材料と判断され、円ドルレートはドル高方向に一気に進みます。これは、証券市場の動きがニュースとして、外為市場を動かした典型的な例です。

しかし、緊急融資による安心感は、やがて問題の深刻さに取って代われ、午前中にベア・スターンズの株価は前日の半分程度にまで急落して、株式市場全体の動きを示すダウ・ジョーンズ工業平均も 300 ポイント近く低下します。円ドルレートも同様に 10 時 20 分ごろをドル最高値として、ドルは急落していきました。

図 A6.1 ニュースの到来と為替レートの動き



(注) 円ドルレート (分単位), 2008 年 3 月 14 日 (金曜日), アメリカ東部時間, 8:00~12:59.

(出所:) Thomson Reuters TickHistory, 筆者による分単位での中央値の抽出。

4. 在庫モデル

経済学で一般的に学ぶ市場の仕組みでは、需要関数と供給関数があり、両者が一致するという市場均衡 (market clearing) 条件のもと、価格と取引量が決定されます。この背景には、ワルラスによるオークションアーの考え方があります。オークションアーが提示する価格に対して、すべての市場参加者がそれぞれ希望する需要量と供給量を伝えます。需給に過不足が発生した場合は、オークションアーが価格を調整します。調整によって最終的に、需給が一致する価格が見つかった時点で、その唯一の価格のもと、すべての取引を行います。

しかし、この章で学んできた証券市場や外国為替市場の取引では、市場に注文が連続的

に到達します。価格も 1 つだけではなく、注文板に異なる価格の注文が待機しています。このような市場の構造を取り入れて分析するマイクロストラクチャー・モデルには、大別して在庫モデル (inventory model) と非対称情報モデル (asymmetric information model) があります。

在庫モデルでは、マーケット・メーカーが初期時点で現金と株式を保有しています。市場にランダムに訪れる買い注文と売り注文に対応すると、現金と株式の保有高は変動しますので、場合によってはどちらかがなくなるとことも考えられます。しかし、現金がなくなると、売り注文には対応できませんし、株式がなくなると買い注文には対応できません。そこで、マーケット・メーカーは取引を永続的に続けても現金も株式もなくなる条件を数学的に導くと、マーケット・メーカーにとっての売値を必ず買値より高く設定する必要があることが示されます。すなわち、ビッド・アスク・スプレッドの理論的な理由が明確にされます。

さらに、マーケット・メーカーが初期の株式保有高を維持したうえで、利益を最大にする行動を取った場合には、ビッド・アスク・スプレッドをさらに大きくするのですが、無制限に大きくすることはしません (あまりにも極端に安い買値と高い売値を提示すると、だれも取引に参加しなくなるからです)。

また、取引費用が存在した場合には、さらにビッド・アスク・スプレッドが大きくなります。マイクロストラクチャー・モデルでは、大きく 3 種類の取引費用が想定されています。1 つ目は、取引にかかる手数料などです。2 つ目は、取引に対応することでポートフォリオ (資産構成) が変化することから生じるリスクです。たとえば、マーケット・メーカーが大量の株を買い取った場合には、その後の価格下落リスクも抱えてしまいます。リスクに対して中立的であれば、株価の上昇と下落が同程度の確率であれば、コストとして考える必要はありません。しかし、リスクに対して回避的であれば、価格が変動する可能性のある株を大量に保有するリスクは費用と考えられます。

5. ドゥグロウモデルの解説

ドゥグロウモデルの説明を始める前に、準備として差分方程式について簡単な説明をしておきます。変数に時間 (t) が添え字として付いていて、さらに異なる時間の変数による式を差分方程式と呼んでいます。実は、テキスト内でも出てきていました。たとえば、116 ページのランダム・ウォークもその 1 つです。以下に簡単な例題を示しています。

(例題 1) 式は、 $X_{t+1} = 2 + 0.5X_t$ 、初期値は $X_0 = 10$ 。

このような差分方程式のモデルは、数学的に解くことをひとまずに横に置いておくと、最初の数値 (初期値といいます) を決めてやると、その後の変数の値は決まってきます。初期値は 10 であることが与えられていますから、第 1 期の X_t は、 $X_1 = 2 + 0.5X_0$ となり、 X_0 に 10 を代入すると、 X_1 は 7 となります。次に第 2 期の X_t は、 $X_2 = 2 + 0.5X_1$ となり、 X_1

に先ほどの7を代入すると、 X_2 は5.5となります。ここでは、そのことを理解していれば、準備は十分です。

ファンダメンタル・レート

$$S_t^* = S_{t-1}^* + \varepsilon_t$$

今期のファンダメンタル・レートは、前期のファンダメンタル・レートに、今期のランダムな誤差項を加えたもので、ランダム・ウォークに従うと仮定しています。(テキスト内と同様です。)

ファンダメンタリストの予測

$$\Delta S_{t+1}^F = t+1期の為替レートの変化 = -0.2 \times (S_t - S_t^*)$$

ファンダメンタリストは、経済ファンダメンタルズを知っていて、本来のファンダメンタル・レート (S_t^*) の値も理解しています。そのため、市場レートがファンダメンタル・レートよりもドル高だと、来期はドル安になると予測します。シミュレーションの例では、20%程度が次期に調整されると考えています。

ノイズ・トレーダーの予測

$$\Delta S_{t+1}^N = t+1期の為替レートの変化 = 0.9 \times (S_t - S_{t-1})$$

一方、ノイズ・トレーダーは、市場レートの勢いに便乗しようと考えていますので、今期にドル高になると、来期もドル高になると予測します。シミュレーションの例では、今期の変化の80%程度が次期にも続くと考えています。

(例題 2) $S_{t-1} = 90$, $S_t = 100$, $S_t^* = 95$

ファンダメンタリストの予想では、 $-0.2 \times (S_t - S_t^*) = -0.2 \times (100 - 95)$ から、来期の市場レートは1円ドル安になる、99円を予測します。投資戦略としては、ドル売りとなります。一方、ノイズ・トレーダーの予想では、 $0.9 \times (S_t - S_{t-1}) = 0.9 \times (100 - 90)$ から、来期の市場レートは9円ドル高の109円を予測します。投資戦略としては、ドル買いとなります。

市場レートの決定

まずは、ただし、市場には多くのファンダメンタリストとノイズ・トレーダーがいますので、ファンダメンタルズの市場での割合を w_t^F とします。次期の市場レートは、ファンダメンタリストとノイズ・トレーダーの予測を加重平均したものとして実現されます。また、

次期の市場レートにはランダムな誤差項 (ε_{t+1}) が追加されます。式で表すと、

実際の $t+1$ 期の市場レートの変化

$$= w_t^F \{-0.2 \times (S_t - S_t^*)\} + (1 - w_t^F) \{0.9 \times (S_t - S_{t-1})\} + \eta_{t+1}$$

(テキスト内では、簡略して、 $S_t = f(\text{注文}) + \eta_t$ として示しています。)

もしも、ファンダメンタリストの割合が 50% であれば、先ほどの (例題 2) の数値例では、 $0.5 \times \{-1\} + 0.5 \times \{9\}$ から、4 円ドル高となり、来期の市場レートは 104 円となります。実際には、104 円にランダムに実現された (プラスにもマイナスにもなりうる) 誤差項が加えられます。たとえば、誤差項が -1 円であれば、来期の市場レートは 103 となります。

ファンダメンタリストの利益と割合

$t+1$ 期の市場レートの変化の結果によって、ファンダメンタリストとノイズ・トレーダーの損益が決定されます。1 ドル投資することにより損益は、ドル買いをしていた場合は $S_{t+1} - S_t$ です。逆に 1 ドル売りをしていた場合の損益は、 $-(S_{t+1} - S_t)$ です。上記の (例題 2) では、ドル売りをしていたファンダメンタリストは 3 円の損失、ドル買いをしていたノイズ・トレーダーは 3 円の利益を得ます。以下では、このファンダメンタリストの利益を π_t^F 、ノイズ・トレーダーの利益を π_t^N で表します。

このモデルでは、ファンダメンタリストはずっとファンダメンタリストでいるわけではありません。投資戦略としてファンダメンタリストを選んでいるのであって、損失を被ればノイズ・トレーダー戦略に移行します。もちろん、ノイズ・トレーダーも同様です。

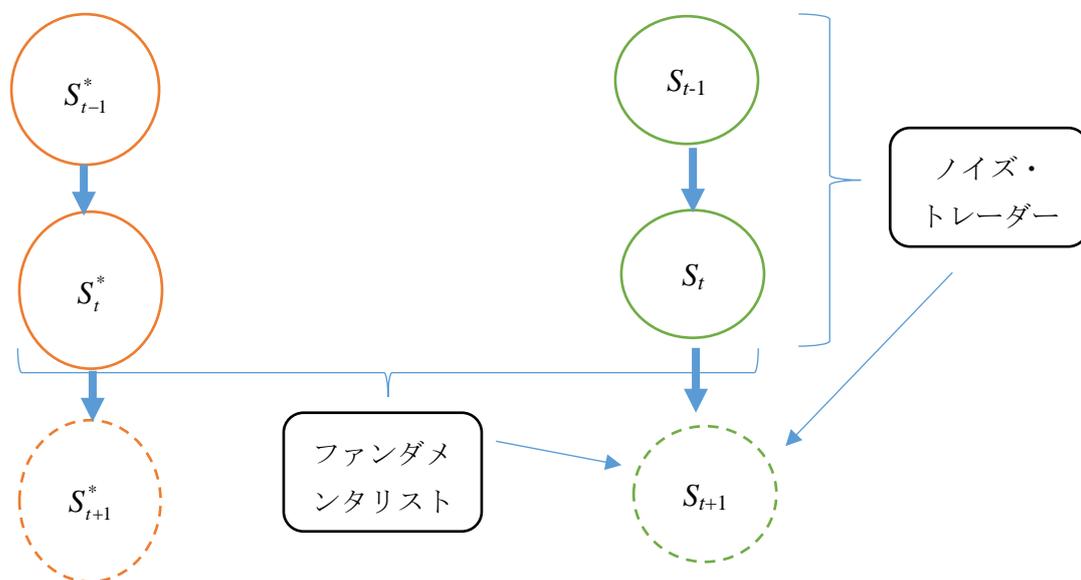
ファンダメンタリストの割合に関しては、次の条件が成り立つ式を利用します。利益が $-\infty$ になったときには 0 で、 $+\infty$ になったときには 1 になる。ノイズ・トレーダーの利益と比較して、ファンダメンタリスト利益が大きかったら 0.5 以上になる。

具体的には、次の式を用いています。ここでの e は自然対数の底で、数字の 5 はシミュレーションで用いられている数値です。

$$w_t^F = \frac{e^{5\pi_t^F}}{e^{5\pi_t^F} + e^{5\pi_t^N}}$$

まとめ

若干だけ (リスクに関して) 詳細を省いていますが、以上がドゥグロウモデルの本質の説明となります。重要な点は、1 期前の市場レート、今期の (ファンダメンタル・レートと) 市場レート、から次期の市場レートが決まってきます。すなわち、市場レートは、二階の差分方程式と呼ばれるものです。



テキスト 136 ページの図 6. 9 のような具体的な数値例に関しては，ランダムな誤差項を利用すれば，順次に式に代入していただけます。ウェブ上にアップしているエクセルファイルで試してみてください。