第 9 章　ウェブ補論：立地－価格競争の詳細

部分ゲーム完全ナッシュ均衡を求めるためには，最後の段階からさかのぼるようにして分析します。その際，後にくる段階のすべてで（より正確には，すべての部分ゲームで）ナッシュ均衡が成立していることを要求します。ここでは，立地を決めてから価格を決めますので，まず，価格決定行動から分析することになります。この段階では，店の立地点はすでに決まっています。一般性を失うことなく，$l_A \leq l_B$ と仮定しましょう。もし $l_A = l_B$ なら，この段階は通常の価格競争（ベルトラン競争）になり，この部分ゲームのナッシュ均衡における価格は 0 となり，利得はゼロとなってしまいます。もし $l_1 < l_2$ なら，その中間にどちらの店から買ってもよい客が存在し，その左にいる人は店 A から，その右にいる人は店 B から買うことになります。どちらから買ってもよい客のいる地点を x と書くと，x は次の式で決まります。

$$p_A + t(x - l_A)^2 = p_B + t(l_B - x)^2.$$

これより

$$x = \frac{l_A + l_B}{2} + \frac{p_B - p_A}{2t(l_B - l_A)}$$

を得ます。この x は，いわばそれぞれの店にとっての市場の境界を表しています。$q_A = x$ および $q_B = 1 - x$ ですので各店の利得は $\pi_A = p_A x$，$\pi_B = p_B(1 - x)$ です。これらを価格について最大化するわけですが，これまでもやってきたように，$\ldots(p_i - \ldots)^2$ という二乗の項を作って整理し，相手の価格に対する最適な価格を求めて連立方程式を導出して，それらを解くと，

$$\begin{aligned} p_A &= \frac{t}{3}(l_B - l_A)(2 + l_A + l_B), \qquad (1) \\ p_B &= \frac{t}{3}(l_B - l_A)(4 - l_A - l_B) \end{aligned}$$

を得ることができます。これより，二店が離れて立地しているほど（$l_B - l_A$ が大きいほど）価格が高くなることがわかります。これは，離れるほど価格競争が緩和されることを示しています。また，導出された価格より

$$x = \frac{2 + l_A + l_B}{6}$$

となります。

次に，価格決定行動を踏まえて，立地点の分析に移りましょう。先ほどみたように，店の場所により，価格は変化します。この価格への影響を予測して各店は立地点を選びます。まず，両方の店が同じ立地点（$l_A = l_B$）を選ぶとどうなるか考えてみましょう。両方が同じ立地点を選ぶと，続く価格競争により利得はゼロとなります。次に，二つの店が異なる立地点を選ぶ場合（$l_A < l_B$ となる場合）を考えてみましょう。$l_A > l_B$ の場合も同様に考えることができます。ここで，店 i だけがほんの少し場所を右にずらしたときの価格 p_i や x，利得 π_i の移動距離一単位当たりの変化をそれぞれ $\partial p_i/\partial l_i$，$\partial x/\partial l_i$，$\partial \pi_i/\partial l_i$ と書くことにしましょう。する

と，式（1）より，

$$\frac{\partial p_A}{\partial l_A} < 0 \qquad \text{かつ} \qquad \frac{\partial p_B}{\partial l_B} > 0$$

であることがわかります。つまり，店 A が立地点を右に動かすほど，B と近くなり，価格競争が激しくなるため価格を引き下げざるを得なくなり，一方，B が立地点を右に動かすほど A から遠ざかり，価格競争が緩やかになるため価格を引き上げるようになるのです。また，

$$\frac{\partial x}{\partial l_A} = \frac{\partial x}{\partial l_B} > 0$$

と，どちらかがわずかに立地点を右にずらせば，市場の境界 x が右に移動することがわかります。これらの結果は，相手の店に近づくことには二つの効果があることを示しています。一つが価格競争が激化する効果，もう一つは相手から市場を奪える効果です。前者は利得を引き下げ，後者は引き上げます。これらは両方利得に影響を及ぼします。より具体的には，

$$\frac{\partial \pi_A}{\partial l_A} = x\frac{\partial p_A}{\partial l_A} + p_A\frac{\partial x}{\partial l_A},$$
$$\frac{\partial \pi_B}{\partial l_B} = (1-x)\frac{\partial p_B}{\partial l_B} - p_B\frac{\partial x}{\partial l_B}$$

となります。価格の変化と市場の境界の変化は利得に正反対の効果をもたらすのですが，ここでの設定のもとでは，

$$\frac{\partial \pi_A}{\partial l_A} < 0 \qquad \text{かつ} \qquad \frac{\partial \pi_B}{\partial l_B} > 0$$

となることがわかっています。

なお，より正確には，ここで用いているのは偏微分，という考え方です。それを用いて計算すると，

$$\frac{\partial p_A}{\partial l_A} = -\frac{2t(1+l_A)}{3} < 0,$$
$$\frac{\partial p_B}{\partial l_B} = \frac{2t(2-l_B)}{3} > 0$$

かつ

$$\frac{\partial x}{\partial l_A} = \frac{\partial x}{\partial l_B} = \frac{1}{6}$$

となることがわかります。これらを用いると，

$$\frac{\partial \pi_A}{\partial l_A} = -\frac{t}{18}(2+l_A+l_B)(2+3l_A-l_B) < 0,$$
$$\frac{\partial \pi_B}{\partial l_B} = \frac{t}{18}(4-l_A-l_B)(4+l_A-3l_B) > 0$$

を得ることができます。

結果として，二つの店が異なる立地点を選ぶ限り，一つの店はできるだけ左に行こうとして 0 に立地し，もう一つはできるだけ右に行こうとして 1 に立地することになるのです。これは，価格競争による利得引き下げ効果が大きいためです。また，このとき各店の利得は正になるため，結局，これが部分ゲーム完全ナッシュ均衡における立地となります。

次に，最適な立地について考えてみましょう。社会全体の利益を Π とおくと，両方の店が同じ立地点 $l_A = l_B = l$ を選ぶならば

$$\begin{aligned}\Pi &= -\int_0^1 t(l-\sigma)^2 d\sigma \\ &= -t\left[\left(l-\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{12}\right],\end{aligned}$$

となり，異なる立地点を選ぶならば

$$\begin{aligned}\Pi &= -\int_0^x t(l_A-\sigma)^2 d\sigma - \int_x^1 t(l_B-\sigma)^2 d\sigma \\ &= -t\left[l_B^2 - l_B + \frac{1}{3} + x\left(l_A^2 - l_B^2\right) + x^2\left(l_B - l_A\right)\right]\end{aligned}$$

となります。これらを最大にする立地点は $l = 1/2$ もしくは $l_A = 1/4$ かつ $l_B = 3/4$ ですが，それぞれにおける Π は $-t/12$ と $-t/48$ ですので，結局，Π を最大にする立地点は $l_A = 1/4$ かつ $l_B = 3/4$ となります。