

第7章 ウェブ補論：都市システムモデルの詳細

最適な都市規模は図 7-5 の L^{**} で表されることがわかりましたが、そのための条件を簡単な数式で表現しておきましょう。図からわかるように、 L^{**} は $U(L_i)$ のグラフの山のてっぺんになるような都市規模です。山のてっぺんはどのように特徴付けられるのでしょうか？ 都市規模、つまり、 L_i がほんの少しだけ大きくなったときの $U(L_i)$ 、 $w(L_i)$ 、 $c(L_i)$ の追加人口一人当たりの変化を Δ をつけて表現すると、山のてっぺんでは L_i がほんの少し変化しても $U(L_i)$ が変わらないことが必要ですので、 L^{**} においては

$$\Delta U(L_i) = \Delta w(L_i) - \Delta c(L_i) = 0$$

が成り立っていないければなりません。つまり、 $\Delta w(L_i) = \Delta c(L_i)$ となっていないければならないのです。微分の知識のある方は、微分係数が等しい、と理解してください。また、ここで示しているのは必要条件のみですが、ここで想定されている図のもとで十分条件も成り立っていることを示すことができます。

都市規模が大きくなると、 $w(L_i)$ も $c(L_i)$ も上昇します。もし $w(L_i)$ の上昇幅の方が $c(L_i)$ の上昇幅より大きければ、都市規模が大きくなった方が $U(L_i)$ が高くなりますので、そのような状態は山のてっぺんではありません。逆に、もし $c(L_i)$ の上昇幅の方が $w(L_i)$ の上昇幅より大きければ、都市規模が小さくなった方が $U(L_i)$ が高くなりますので、そのような状態も山のてっぺんではありません。山のてっぺんであるためには、両者の上昇幅が等しくなっていないければならない、というのが、この条件の意味です。

次に、可能な限り簡単な形で、ディベロッパーによる都市開発をモデル化し、その結果達成される都市規模が最適な都市規模 L^{**} と一致することを確認してみましょう。土地はディベロッパーによって開発されなければ宅地として利用できない、とします。また、宅地以外の利用から発生する地代が 0 であるとしましょう。これは一定であればいくらでも構わないのですが、表記を簡単にするために 0 としておきます。そして、ディベロッパーが、都市住民から宅地利用の地代を受け取り、開発をしたうえで土地（サービス）を供給するとします。土地の供給にあたり、ディベロッパーは、都市規模をコントロールするために、都市住民一人当りに対して s_i だけ補助金を出す、もしくは料金を徴収します。これは、開発する土地の量（住宅戸数）を調節して、人口を直接コントロールする、としても同様の結果になります。都市規模を調節する手段はいくつかあり、その中で最も扱いやすいのが補助金ですので、ここではそれを想定しておきます。ここでは直接金銭的な補助金の形で定式化していますが、実際は生活環境を整備したり、住宅・土地価格を調整したりといった形をとると考えられます。

ディベロッパーの利潤は全住民に均等に分配されるとします。すると、住民の便益は

$$\begin{aligned} U_i &= U(L_i) \\ &= w(L_i) - c(L_i) - R(L_i) + s_i + \theta \end{aligned}$$

になります。θ はディベロッパー利潤の分配額で、全都市で共通です。これまで考えてきた便益 $w(L_i) - c(L_i)$ からディベロッパーへの支払い $R(L_i)$ を引き、それに加えて、ディベロッパーからの補助金 s_i と利潤からの分配 θ を加えています。この背後で、住民は、宅地としては未開発の土地を一単位地主として所有し、一単位の開発された土地（サービス）を消費するとしています。地主としての収入は、表記の簡単化の仮定から 0 になっています。

ディベロッパーは、他の都市住民の便益を与えられたものとして、利潤が最も大きくなるように都市規模 L_i と補助金の額 s_i を決めるのですが、その際、都市住民の移動の誘因を考慮しなければなりません。都市住民が移動しないためには、すべての都市の便益が等しくなっていなければなりません。この便益水準から全都市で共通の部分 θ をのぞいたものを \bar{V} と書くと、ディベロッパーが他の都市住民の便益を与えられたものとして行動するという事は、ディベロッパーが $U_i = \bar{V} + \theta$ を満たすように補助金額 s_i を決める、ということを示しています。これを書き直すと、

$$s_i = \bar{V} - w(L_i) + c(L_i) + R(L_i) \quad (1)$$

となります。この補助金は、もう少し複雑な設定を使うことができれば、例えば、都市生活に必要な設備を供給するといったインフラストラクチャーの整備として定式化することも可能です。要は、開発した都市に住むことを魅力的にするための支出だと考えてください。

ディベロッパーの利潤は開発した土地の地代収入 $R(L_i)L_i$ から補助金支出 s_iL_i を引いたもの、つまり、 $R(L_i)L_i - s_iL_i$ です。式 (1) を利潤の s_i に代入して整理すると、

$$R(L_i)L_i - s_iL_i = (w(L_i) - c(L_i) - \bar{V})L_i$$

と書くことができます。ディベロッパーは、この利潤が最も大きくなるように都市規模 L_i を選び、その L_i が決まると、式 (1) によって補助金の額 s_i が決まります。ここで、 L_i がほんの少しだけ大きくなったときの $R(L_i)L_i - s_iL_i$ 、 $w(L_i)$ 、 $c(L_i)$ の追加人口一人当たりの変化を Δ をつけて表現すると、

$$\Delta(R(L_i)L_i - s_iL_i) = (\Delta w(L_i) - \Delta c(L_i))L_i + w(L_i) - c(L_i) - \bar{V}$$

となります。ディベロッパーが利潤を最大にするように都市規模 L_i を決めているのであれば、横軸で L_i 、縦軸で利潤を表した図において、利潤のグラフの山のてっぺんにいなければなりません。そのためには先ほどの最適都市規模の議論と同様の議論により、 $\Delta(R(L_i)L_i - s_iL_i) = 0$ となっていなければなりません。これと上の式を合わせると

$$(\Delta w(L_i) - \Delta c(L_i))L_i + w(L_i) - c(L_i) - \bar{V} = 0 \quad (2)$$

となります。これが利潤最大化の (必要) 条件です。

最後に、潜在的にはディベロッパーがたくさんいて、その参入圧力により (正常) 利潤がゼロになっているとします。これは $R(L_i)L_i - s_iL_i = (w(L_i) - c(L_i) - \bar{V})L_i = 0$ 、すなわち、

$L_i > 0$ である限りは $w(L_i) - c(L_i) - \bar{V} = 0$ であることを意味します。これを式(2)に代入すると、

$$(\Delta w(L_i) - \Delta c(L_i))L_i = 0 \quad (3)$$

となり、 $L_i > 0$ である限りは $\Delta w(L_i) = \Delta c(L_i)$ となります。この条件は上でみた最適都市規模の条件と一致します。つまり、都市開発を行っているディベロッパーが利潤を最大にするように都市規模を決め、ディベロッパーが自由に参入・退出ができれば、ディベロッパーの選ぶ都市規模が最適都市規模と一致することを示しています。