まえがき

2014 年の秋，私はハーバード法科大学院で日本法の講義を担当した。講義は週 2 コマであり，講義のない日にはできるだけ他の教授が主催する研究会（workshop）に出席することにした。なかでも数理法務（その詳しい意味については後述する）の先達である Shavell，Kaplaw 両教授が主催する研究会には大きな期待をもって臨んだが，結果は期待を上回り，ほとんど「文明の衝撃」と呼びたくなるほどの驚きを覚えた。

この研究会では数理法務の研究者が毎回自己の研究成果を発表し，それに対して他の研究者や学生が質問をして討論を行う。テーマは会社法や租税法はもとより，刑法や訴訟法あるいは憲法などのあらゆる法律分野に及ぶ。と，ここまでの話であれば日本の大学の研究会でも見られる光景のようであるが，決定的に異なるのは，そこで用いられる数理的技法のレベルの高さとそれに対する参加者の姿勢である。

ただし，違いが技法のレベルの問題だけであれば私もさほどに驚きはしなかったであろう。法の数理分析が近年長足の進歩を遂げていることはおおむね承知していたからである。私が真に驚いたことは――もっと率直にいえば，「深く感動した」ことは――数理的技法に対する参加者の姿勢である。どういうことなのか，少し詳しく説明させてもらいたい。

法律学は長らく「文系」の学問として扱われてきた。そのために数理的技法を用いて法を語るもの（以下，「数理法務の徒」と呼ぶことにしよう）は斯界の異端者として好奇と懐疑の目に晒されてきた。やがて，数理法務の徒は，この世界を生き抜くためにある種の「処世術」を用いるようになった。「正義を数学で語ることは土台無理な話ですが」と前置きして自らを卑下し，「数学が分からなくても大丈夫です」といって数学嫌いな者たちに迎合し，ついには，数学者や経済学者の言説を紹介することで事足れりとして，彼らの知見と法律論との間隙を埋めようとする努力を怠るようになってきたのである。しかるに，私がハーバードの研究会で見たものは，そのような旧来のあり方と決別した新しい数理法務の徒の姿であった。彼らは，数理的分析こそが法律学のさらなる発展を期する最善の方法であることを確信し，それらの技法を究めることに情熱

を傾ける者たちだったのである。

私は，彼らの志に共感し，その気持ちを一人でも多くの日本の法律家・法学生と共有したいと願った。本書は，その願いを胸に書きおろしたものである。

ここで，数理法務という言葉の意味と本書の構成について説明しておきたい。

まず，**数理法務**という言葉は，おそらくのところ，神田秀樹教授（東京大学〔当時〕）と私が 2014 年に共同で翻訳出版した『数理法務概論』（有斐閣・2014 年。本書においては「概論」として引用する）の題名をもって嚆矢とするものである[1]。その意味するところは「法律問題（理論的問題と実務的問題の双方を含む）を数理的技法を用いて分析する学問分野」ということであり，その趣旨に照らすならば，**法の数理分析**（quantitative analysis of law）といい換えてもよいであろう。

数理法務ないし法の数理分析の内容は多岐にわたるが，全体を 4 つに分けて考えると整理しやすいのではなかろうか。

その第 1 は**法の行動分析**（behavioral analysis of law）である。これは，確率論やゲーム理論の技法を用いて法律家がとる（または「とるべき」）様々な行動（事実認定，クライアントの意思決定への助言，交渉，契約の作成など）を分析する学問分野であり，本書では第 1 章と第 2 章がこの分野を扱っている[2]。

第 2 は**法の統計分析**（statistical analysis of law）である。これは，統計学の技法を用いて数量化された事象の推定や因果関係の証明を行う学問分野であり，本書では第 3 章と第 4 章がこの分野を扱っている。

第 3 は**法の財務分析**（financial analysis of law）である。これは，会計学やファイナンス理論の技法を用いて企業や金融にかかわる法事象を分析する学問分野であり，本書では第 5 章と第 6 章がこの分野を扱っている（ただし，本書で

1）「概論」の原題は「Analytical Methods for Lawyers」である（巻末の参照文献参照）。なお，数理法務という訳語を選択したいきさつについては同書の「訳者あとがき」を参照されたい。

2） 法の行動分析という言い方には「行動経済学」を連想させる響きがあるが，ここでは，単に，法律家の「行動」の分析を意味する言葉として用いている。ちなみに，行動経済学の手法を用いた法の分析を「behavioral law and economics」と呼ぶ慣わしも米国では生まれつつあるようである（Diamond-Vartiainen（2007）115 頁以下参照）。

は会計学の技法を用いた分析は行っていない)。

第4は**法の経済分析**(economic analysis of law)である。これは**法と経済学**(law and economics)という名前の下で長年にわたり研究が進められてきた学問分野であり，専門書も多数出版されていることから本書では取り上げていない(ただし，第6章 ***6*** でこの分野の技法を用いた分析を若干ながら行っている)。

「概論」と本書との違いについても述べておきたい。

まず，「概論」はハーバードをはじめとする米国の主要法科大学院で数理法務の定番的教科書として長年使われてきた本の翻訳であり，私自身も慶應義塾大学法科大学院の授業(「数理法務」という通年で合計4単位の授業)の教科書として使用している。同書は数理法務のほとんどすべてのテーマを取り上げており(ただし，確率論は含まれていない)，それでいて，使っている数理的技法は易しいものばかりであるから，数学の勉強と離れて久しい読者でも比較的楽に読み進めていくことができる。このような点において同書はこの分野における最善の入門書といえるであろう。

これに対して本書は，実務上有用性が高いと思われるテーマを選択し，個々のテーマについて「概論」よりも若干高度な数理的分析を行っている[3]。ただし，いくら高度といっても本文中の数学的記述はせいぜい高校2年程度のものであるから，万が一難解と感じる部分があったとしても高校数学を復習する労さえ惜しまなければ十分に理解可能なはずである[4]。もっとも，数学的議論自体はかなり厳密に行っており，ときに読者をして，「なぜそこまで細かい議論をしなければならないのか」と疑問に思わせるほどであるかもしれない。その理由をひとことでいえば，法律家は「論理の番人」であるべきだと考えるからである。法律家の論理に社会的有用性があるとすれば，それは議論の緻密さないしは周到さに負うところが大きいのではなかろうか。であるとすれば，数理的技法を法律論の中に組み入れるためにはその技法の拠って立つ仮定が何であり，その技法が妥当性を持つ限界はどこにあるのかを明確に認識していなければならない。それが数学的議論の細部にこだわった理由である。

---

3) したがって，本書の内容が「断片的」あるいは「難解」と感じた読者には「概論」と本書を併読することをお奨めしたい。

4) ただし，コラム「**ONE MORE STEP**」や脚注にはもう少し高いレベルの記述もある。そのような記述は，各自の興味と力量に応じて選択的に読んでいただきたい。

以上の点を踏まえて考えると，この分野に不慣れな法律家や法学生にとって本書を読破することは必ずしも容易なことではないかもしれない。しかし，それをなし遂げたときに得られる果実は大きい。少なくとも私はそう信じている。本書を読めば，あなたが法律家としてなしうることは質・量ともに倍旧のものとなるであろう。是非，本書を手に取り，そして最後まで読みきっていただきたい。

本書で用いた重要語句は，その意味を説明している箇所（複数箇所の場合もある）においてゴシック体を用い，英語の表記は語句の理解に役立つと思える場合にのみこれを付加した。また，参照文献は巻末に一覧表を付し，本文中で引用する際は巻末に記した略語を用いた。

本書を執筆するにあたっては多くの方からお力を授かった。なかでも田中亘教授（東京大学）にはすべての章の原稿にお目通しいただき数多（あまた）の貴重なご助言を戴いた。この場をお借りして衷心より御礼申し上げたい[5]。また，浅岡義之弁護士（西村あさひ法律事務所）には数学的記述の検算やエクセルを使った情報処理に関してご助力を賜った。深く感謝申し上げる。最後に，本書執筆中の全期間にわたり私の秘書を務めてくれた岩撫澄枝さんと本書の編集をご担当いただいた有斐閣の藤木雄氏と石山絵理氏に感謝申し上げたい。私の乱雑な原稿がこのように整った本に生まれ変わることができたのは，ひとえにこのお三方のご尽力によるものである。

2016 年 7 月

草 野 耕 一

5） ただし，本書の中の記述にいたらないところがあれば，その責めは私のみが負うべきものであることはいうまでもない。

第 1 章
行動分析(1)
事実認定

法律家が行うべき主要な職務の 1 つが**事実認定**（fact finding）である。与えられた証拠から合理的に事実を推論するにはどうしたらよいのか。そのプロセスを考えるうえで重要な働きをする概念が「主観確率」である。主観確率とは何か。まずはこの言葉の説明から話を始めたい。

1　主観確率とは何か

3 つの確率論

高校で習う確率論では「場合の数」という言葉が頻出する。起こりうる事象の数――これが場合の数の意味である――が定まっていて，しかも，どの事象が起こることも「同様に確からしい」ことが高校確率論の前提だからである。たとえば，トランプから 1 枚を引いてそれがダイヤである確率は，（トランプのカードは全部で 52 枚，そのうちダイヤのカードは全部で 13 枚なので）同様に確からしい 52 個の事象に占める 13 個の事象の割合，すなわち 25% という値によって示される。このようにして定まる確率のことを以下**論理確率**と呼ぶことにしよう[1)]。

しかしながら，私たちが現実の世界で扱う確率の多くは論理確率ではない。

1）本項で論じていることは，確率の「意味」に関しての分類である。これに対して，Andrey Nikolaevich Kolmogorov（ロシア人）を始めとする現代の数学者たちは，このような意味論を「棚上げ」とし，確率を純粋に公理論的な体系として記述することによって新たな理論を築きあげてきた。

たとえば,「明日雨が降る確率」や「来月発射される無人ロケットが予定どおり火星に到達する確率」を「同様に確からしい事象」に占める割合として示すことは不可能である。このような確率が示しているものの意味について数理哲学者は難解な議論を重ねてきたが[2],そこには1つの共通理解が存在している。それは,「真の確率は1つしかない。それが実際いくらであるかは神のみぞ知るものであるとしても,客観的に定まった値が存在する」という理解であり,このような理解の下で論ぜられる確率を以下**客観確率**と呼ぶ。

ところが,私たちが考える確率には論理確率でも客観確率でもないものがある。たとえば,日本時間の深夜に海外で大きなスポーツ大会が開催されたが,あなたはそれを見過ごして翌朝を迎えたとしよう。あなたはベッドの中で自分が応援していた選手(以下,「A選手」という)が勝ったかどうかを考え,自分にこう語りかけることがあるだろう。「多分Aは勝ったに違いない」。その後朝食のテーブルについたが,あいにくテレビが故障していてAが昨晩勝ったかどうかはまだ不明であるとしよう。そこであなたは家族と一緒にAが勝った可能性について話し合う。あなたの息子さん(あるいは,お父さん)は「僕もおそらくAは勝ったと思う」という意見であるが,彼とあなたのうちのどちらがAの勝利をより強く確信しているであろうか。ここにいたれば,2人は数字を使って――つまり確率として――各自の意見を表明するしかない。かくして,あなたは「Aは90%の確率で勝った」と述べ,あなたの息子さん(あるいはお父さん)は「70%の確率で勝った」と述べる。こうすることによってはじめて2人は各自の意見の微妙な違いを認識し合うことができるのである。

ここで述べられた数字はもちろん論理確率ではないが(場合の数がいくらであるかはまったく不明である),かといって客観確率でもない。試合はすでに終わっていて勝ち負けは決まっているのだから客観確率であれば0%か100%しかありえないからである。では,ここでいう確率とは何か。結論からいおう。それは,各自の**信念の程度**(degree of belief)を0%から100%(0から1といってもよい)までの数字で表現したものにほかならない。このようにして数値化された信念の程度,これが**主観確率**の意味である。

主観確率は法律家にとって重要な概念である。なぜならば,限られた証拠の下で最善の事実認定を行うことは裁判官から会社法務の専門家にいたるまでお

---

2) 大略,確率の意味を「頻度(frequency)」に求める考え方と「傾向(propensity)」に求める考え方の2つがある。詳しくはGillies(2000)参照。

よそ法律家と呼ばれるものの職務に不可欠な営みであるところ，主観確率はこれを行ううえで極めて有用な役割を果たすものだからである。

「しかし，主観確率が個人の信念の程度を表した数値にすぎないとすれば，それに対していくらもっともらしい分析を加えたとしても，それは根のない草に水を与えるがごとき虚しい営みではないだろうか」。そうあなたは思うかもしれない。ところが，そうではないのである。たしかに主観確率をいくらと考えるかは究極的には判断を下すものの主観に委ねられている。しかし，その値の妥当性についてはかなりの程度まで客観的な議論ができる。なぜそれができるのか，以下その理由を説明する。

主観確率を「客観的に」論じうる理由⑴――推論法則の成立

論理確率には固有の推論法則が存在する。それが具体的にいかなるものであるかはすぐあとで説明するが，主観確率においても測定方法さえ正しければ，これらの推論法則がそのままあてはまる。したがって，それらの推論法則を用いることによって主観確率の妥当性を客観的に検証することが可能となる。しからば，主観確率の正しい測定方法とは何か，また，成立する推論法則とはいかなるものか，以下順次説明していこう。

「昨晩の試合で A 選手が勝った確率は 80% だ」という場合の「80」という数字はどこから出てくるものなのか。「それはある種の賭け率である」。これが主観確率の性質に関する伝統的な見解である。この見解によれば，主観確率とは，対象となっている事象の成否が賭け事であるとした場合に，その賭けに応じる用意のある最大の賭け率のことである。したがって，あなたが「A 選手は 80% の確率で勝っている」と考えることは，A 選手が勝っていれば 10 万円もらえるという合法的な賭けに参加できるとした場合にあなたは最大 8 万円の賭け金を支払う用意があることを意味している。この場合，予想どおり A 選手が勝っていれば，あなたは 10 万円を受け取るので差し引き 2 万円の利得を得るが，A 選手が負けていれば賭け金は戻ってこないので 8 万円の損失を被る。あなたは，それでもよいと考えているが，これ以上高い賭け金を支払ってこの賭けに参加する意思はない。そう判断することが「確率は 80% である」ということの意味である。

以上が伝統的に支持されてきた主観確率の測定方法であるが，推論法則が成

立することを明確に論証するためには，これに少し修正を加えた方がよい。そこで本書では，「ある事象の確率は $\alpha\%$ である」ということを以下の判断が成立することと同義であると定義する。

> その事象が成立していれば一定金額（以下，この金額を Y 円とする[3]）がもらえる賭けと，その事象が不成立であればやはり Y 円がもらえる賭けのいずれにも参加可能であるとして，前者の賭けに Y 円 $\times\ \alpha\%$ の賭け金を支払って参加することと，後者の賭けに Y 円 $\times\ (100-\alpha)\%$ の賭け金を支払って参加することのいずれを選ぶかと聞かれても甲乙つけがたいこと（つまり，両者の魅力が同等であること）。

A 選手の例を使って説明しよう。「A 選手が勝った確率は 80% である」という判断は，A 選手が勝っていれば 10 万円もらえるという賭けと A 選手が負けていれば（引き分けはないものとする）10 万円もらえるという賭けがあって，8 万円支払って前者の賭けに参加することと 2 万円支払って後者の賭けに参加することを比べた場合にその魅力が同等であることを意味するものである。したがって，前者の賭けの方が魅力的であれば，あなたの主観確率は 80% よりも高い値に，後者の方が魅力的であれば 80% よりも低い値に，それぞれ調整しなければならない。

主観確率の測定方法を以上のように定めれば論理確率の推論法則が主観確率についても成立する。そのことの論証は **ONE MORE STEP 1-1** に記すことにして，ここではその推論法則とは具体的にいかなるものであるかを説明しよう。

(1) 任意の事象 A の成立確率（以下，$p(A)$ で表す）はつねに 0% 以上 100% 以下である。すなわち，

$$0 \leqq p(A) \leqq 1 \tag{1.1}$$

である。この点は説明不要であろう。

---

3) この金額は賭けの結果を真剣に考えるに足る程度に大きな金額であるが，判断者がリスク回避的（その正確な意味については 50 頁参照）になるほどに大きな金額であってはならない。一般的には 1 万円ないし 10 万円程度の金額を想定してよいであろう。園（2014）9 頁参照。

⑵　事象 A の不成立という事象を A の**余事象**といい，$\neg A$ で表す（「not A」と読むことを勧める）。この場合，確率 $p(A)$ と $p(\neg A)$ の和はつねに 1 である。すなわち，

$$p(A) + p(\neg A) = 1 \tag{1.2}$$

であり，したがって次のような推論が成立する。

> 犯人は X と Y のいずれかである。したがって，X に完全なアリバイがあることが判明した現在，犯人は 100% Y であると断定せざるをえない。

なお，起こりうるすべての事象を併せて**全事象**と呼んで Ω で表し，全事象の余事象を**空事象**と呼んで $\emptyset$ で表す。

⑶　起こりうる事象は A_1 から A_n までの n 個だけであり，これらの事象の 2 つ以上が同時に起こることはない（このことを各事象は互いに**排反**であるという）とする。この場合，$p(A_1), p(A_2), \cdots, p(A_n)$ の和は 1 である。すなわち，

$$p(A_1) + p(A_2) + \cdots + p(A_n) = 1 \tag{1.3}$$

であり，したがって次のような推論が成立する。

> 犯人は A, B, C, D, E の 5 人のうちいずれか 1 人であり，現時点では 5 人の容疑の強さについて差を見出すことはできない。したがって，各人が犯人である確率はいずれも 20% である。

なお，(1.3) 式と全事象の定義により，

$$p(\Omega) = 1$$

が成立し，この式と (1.2) 式より，

$$p(\emptyset) = 0$$

が成立する。

⑷　事象 A と事象 B の双方が起こる事象を A と B の**積事象**と呼んで $A \cap B$ と表し（「A and B」と読むことを勧める），A と B のいずれかまたは双方が起こ

る事象を A と B の**和事象**と呼んで $A \cup B$ と表す（「A or B」と読むことを勧める）。この場合 $p(A)$ と $p(B)$ の和は $p(A \cap B)$ と $p(A \cup B)$ の和と等しい。すなわち，

$$p(A) + p(B) = p(A \cup B) + p(A \cap B) \tag{1.4}$$

であり，したがって次のような推論が成立する。

> 遺留品の状況その他の証拠から考えて X と Y のいずれかまたは双方が犯人である。ところが，君は X と Y のいずれについても犯人である確率は 80% であるという。だとすれば，60%（= 80% + 80% − 100%）の確率で 2 人は共犯だ。[4)]

(1.4) 式を以下**和の公式**と呼ぶ。なお，余事象の定義に照らせば $A \cap B$ と $\neg A \cap B$ の和事象は B であり，両者の積事象は空事象であるから，(1.4) 式の系として次の式も成立する。

$$\begin{aligned} p(A \cap B) + p(\neg A \cap B) &= p((A \cap B) \cup (\neg A \cap B)) \\ &\quad + p((A \cap B) \cap (\neg A \cap B)) \\ &= p(B) + p(\emptyset) \\ &= p(B) \end{aligned} \tag{1.5}$$

なお，事象 A と事象 B の積事象が事象 B そのものである場合には事象 B を事象 A の**部分事象**と呼ぶことにする。この場合，事象 B は事象 A の「部分に過ぎない」と解釈できるからである。

(5) 事象 A が成立するという前提の下で事象 B が成立すると考える信念の度合いを「A を条件とする B の**条件付確率**」といい，「$B|A$」で表す。この場合，A を条件とする B の条件付確率は A と B の積事象の確率を A の確率で割った値と等しい。すなわち，

$$p(B|A) = \frac{p(A \cap B)}{p(A)} \tag{1.6}$$

4) 正確には，「共犯または同時犯だ」というべきであろう。

であり，したがって，次のような推論が成立する。

> X がこの窃盗事件の犯人であるとすれば盗品は 70% の確率でこの別荘に隠されている。証拠を総合すれば X は 80% の確率で本件の犯人である。したがって，56%（= 70% × 80%）の確率で盗品はこの別荘にある。[5]

(1.6) 式を以下**条件付確率の公式**と呼ぶ。

なお，(1.5) 式と (1.6) 式から次の式も成立する。

$$\begin{aligned} p(A|B) + p(\neg A|B) &= \frac{p(A \cap B)}{p(B)} + \frac{p(\neg A \cap B)}{p(B)} \\ &= \frac{p(B)}{p(B)} = 1 \end{aligned} \tag{1.7}$$

事象 B が事象 A の部分事象である場合には，A と B という 2 つの事象の成立を前提とする事象 C の条件付確率は B の成立のみを前提とする C の条件付確率と一致する（下記の算式参照）。したがって，複数の事象の成立を前提としてある事象の条件付確率を考える場合であっても前提とする事象の中に他のすべての事象の部分事象があれば，その部分事象の成立だけを前提とする条件付確率を求めればよい。

$$p(C|A \cap B) = \frac{p(A \cap B \cap C)}{p(A \cap B)} = \frac{p(B \cap C)}{p(B)} = p(C|B)$$

⑹ $p(A|B) = p(A)$ である場合，つまり A であるか否かは B の成否とは関係ない場合には，必然的に $p(B|A) = p(B)$ も成立し（証明は **ONE MORE STEP 1-1** の「(1.8) 式の証明」の項参照），この関係を A と B は互いに**独立である**という。A と B が互いに独立である場合，A と B の積事象の確率は A と B それぞれの確率の積に等しい。すなわち，

$$p(A \cap B) = p(A)p(B) \tag{1.8}$$

であり，したがって次のような推論が成立する。

> 鑑定の結果，X 子さんが W 氏の実子である確率は 90% でした。ところが

5） この推論は X 以外の者が犯人であるとすれば盗品がその別荘の中にある確率は 0% であることを黙示の前提としている。

驚くべきことにY君も60%の確率でW氏の実子です。したがって，X子さんとY君は54%（= 90% × 60%）の確率で実の兄弟姉妹ですから2人の結婚は見合わせた方がいいでしょう[6]。

(1.8) 式を以下**積の公式**と呼ぶ。なお，(1.8) 式は互いに独立な3つ以上の積事象についても成立する。すなわち，

$$p(A_1 \cap A_2 \cap \cdots \cap A_n) = p(A_1) \times p(A_2) \times \cdots \times p(A_n) \tag{1.9}$$

である[7]。

主観確率を「客観的に」論じうる理由(2)——規範的事実認定

どんな精密な推論法則を用いても，そのもとになっている確率の判定が恣意的なものであれば結論もまた恣意的であることを免れない。しかしながら，そのような判定を下す自由を法律家は持ち合わせていない。以下，その理由を場合に分けて説明する。

まず，あなたが裁判官である場合，あなたは証拠に依拠して事実認定を行わなければならない（この規範を「証拠主義」と呼ぶことにする)。したがって，法廷に提出された証拠の中に客観確率を示す証拠や信頼できる専門家が自らの主観確率を述べた証拠がある場合，あなたはこれらの情報に依拠して確率の判定を行わなければならない。

裁判官が従うべき法規範は証拠主義だけではない。なかでも重要なものは憲法によって保障された平等主義の要請であり，裁判官は平等主義という規範に抵触する事実認定をしてはならない。たとえば，容疑者が100人いて，各人の嫌疑の濃淡を判定すべき証拠がいまだ提出されていない場合，裁判官は各人が有罪である確率を1%と考えるべきであり，いずれかの者にそれ以上の嫌

6）この推論は，X—W間における親子関係の存否とY—W間における親子関係の存否は互いに独立な事象であることを黙示の前提としている。なお，念のために付言するが，この助言は社会倫理的な観点からのものであって法律上のものではない。法律上禁止されているのは民法上兄弟姉妹である者同士（養親子関係に基づくものを除く）の婚姻である。

7）3つ以上の積事象は $\bigcap_{i=1}^{n} A_i$ と表すのが一般的であるが，本書では本文に記した簡略な表現も併用する。

疑をかけることは平等主義違反の誹(そし)りを免れない。

あなたが裁判官以外の法律家である場合，あなたの事実認定に社会的影響力があるとすれば，それはその事実認定が裁判官の行う事実認定と整合性を持つ場合だけである。けだし，法律家の意見の価値はその意見が司法の場において受け入れられる蓋然性に依存しており，そうである以上その意見の前提となる事実認定についてもそれが司法の場でなされる事実認定と整合的でなければならないからである。したがって，裁判官以外の法律家もまた証拠主義や平等主義などの法規範の拘束の下で確率判断を下さなければならない。

以上を要するに，主観確率の判定は究極的には判定者の主観に依存するものであるが，測定方法を誤らない限り推論法則に照らした分析が可能であり，さらに判定者が法律家である場合には法規範という共通の土俵の下で，より「客観的な」分析が可能となる。

しからば，その分析はどのようになされるべきものであるのか，項を改めて検討していくことにしよう。

ONE MORE STEP 1-1　主観確率の推論法則

主観確率についても論理確率の推論法則があてはまることの論証を歴史上はじめて試みたのは Frank Ramsey（イギリス人）と Bruno de Finetti（イタリア人）の 2 人であった。2 人は 1920 代から 30 年代にかけて互いに没交渉のまま個別に論証を試みたが，2 人の論証には類似な点が多く，これらを統合してより洗練された論証を行う企てがその後何人かの数学者によってなされてきた。その中で最も著名なものは Donald Gillies（カナダ人）の手によるものであり，彼の論証の基本構造は次のようなものである。

① 心理分析の専門家 A はある者 B がある事象 E の成立に対して抱いている信念の度合い（＝主観確率）を，最初に賭け率 α を B に決めさせ，次に賭け金 S を A が決めることによって計測することができる（すなわち，その場合の α が確率の値となる）。α と S の値が定まったならば，B は αS の金額を A に支払い，E の成立が判明すれば A が B に S を支払う。A が設定する金額 S はマイナスの値であってもよく，その場合には，まず A が B に $\alpha|S|$ の金額を支払い，E の成立が判明すれば B が $|S|$ の金額を A に支払う。つまり，S がマイナスの場合には，「$\neg A$」の事象に対して賭け金を $|S|$，賭け率を $1-\alpha$ とする賭けを行った場合と同じ結果になる。

② 上記の場合，B の賭け率次第によっては，A は自分が確実に利益を

第５章
財務分析(1)
資産の評価

1 序　　論
――なぜ法律家がファイナンス理論を学ぶのか

私が弁護士資格を取得した 1980 年当時，財務分析とは財務諸表の分析を意味する言葉であった。貸借対照表や損益計算書に記載された数字を使って対象企業の財務状況を分析すること，それが財務諸表分析であり，その能力を身につけるべく会計学の勉強に勤(いそ)しんだものである。

財務諸表分析の価値は今日(こんにち)でも失われてはいない。しかしながら，現代社会にはもっと優れた財務分析の技法が存在する。それがファイナンス理論であり，これを法律家の職務に活かすための知識を学ぶこと，それが本章と次章の目的である。

しかしながら，法律家がファイナンス理論を学ぶことに疑問を抱く読者も少なくないに違いない。その疑問とはおそらく次のようなものであろう。「ファイナンス理論は財務の専門家が用いる技法であって，法律家の職務とは直接関係がない。にもかかわらず手間暇掛けて法律家がそれを学ぶ必要が本当にあるのだろうか」。

もっともな疑問である。しかし，では聞くが，あなたが顧問をしている企業の経営者から M&A 取引や自社株買いあるいは公募増資などの具体的な経営政策の当否について意見を求められたとき，あなたは何と答えるのであろうか。「それは法律問題ではないので，あなた自身がお決めください」。あるいは，「私がいえることはただ１つ。善良な管理者としての注意を尽くして行動してください」。これではあまりに情けない。提示された政策の当否について

会社法の知識とその企業を取り巻く状況を踏まえてできるだけ明確な意見を述べてあげたい，そうあなたも思うのではあるまいか。しかしながら，企業経営をしたことのないあなたには提示された政策が企業に何をもたらすかを経験的に知るすべがない。したがって，その政策を会社法の理念に照らしてどう評価してよいか分からず，結局のところ有益な意見を述べることができない。

このジレンマを打開してくれるものがファイナンス理論である。ファイナンス理論は経営政策の帰結を論理的に明らかにするものだからであり，その帰結と法律知識を結びつけることによって提示された政策の当否を（経験的ではなく）論理的に語ることが可能となる[1)]。これこそは法律家であるあなたにふさわしい意見の述べ方であり，それができる能力を養うことに法律家がファイナンス理論を学ぶ最大の意義がある[2)]。

ファイナンス理論を学ぶことに対するもう１つの疑問は次のようなものであろう。「ファイナンス理論を使った専門家の意見書を読んだことがあるが，多くの数字が仮定として組み込まれていることに驚いた。あれだけ多くの仮定をしたうえでの結論に実践的価値があるのだろうか」。

これまたもっともな疑問である。たしかに，定量的な（つまり，具体的な数字を使った）財務分析を行うためには多くの仮定を設けざるをえず，しかもいかなる数字を仮定に用いるかは究極的には分析者の裁量に委ねるほかはない。この意味においてファイナンス理論を用いた定量的分析は科学というよりもむしろ技芸（art）に近いものであり，その実践的価値は積年の経験に裏付けられた分析者の見識に負っているといわざるをえない。

しかしながら，法律家に求められるものは財務問題の定量的分析ではない。法律家が知るべきことは，提示された経営政策が企業を取り巻く様々な人々にもたらす帰結の性格だけでよい場合がほとんどである（たとえば，「この政策を実施すると既存債権者の犠牲の下に一般株主が利益を受けることになる」など)。要す

1）　ただしファイナンス理論が示しうるものは政策の金銭的な帰結だけである。法律家であるあなたは政策がもたらす非金銭的な帰結（企業に対する社会的評価はその代表例である）への配慮も怠ってはならない。

2）　もちろん，法律家がファイナンス理論を学ぶ意義はこの点に限られるわけではない。たとえば，現代社会で用いられる契約は，離婚する夫婦間の財産分与契約から企業の買収契約にいたるまで，複雑な対価の取り決めを伴う場合が多いが，そのような取り決めの経済的意義を正しく理解するためには本章で説明する資産価格理論を学ぶ必要がある。

るに，法律家がなすべきことはファイナンス理論を用いた財務問題の定性的分析であり，それならば，財務分析の経験に乏しい法律家であっても実践的価値のある意見を構築することが十分できるのではないだろうか。

以上の点を踏まえて，本章および次章ではファイナンス理論の理論的側面に重点を置いた解説を行い，定量的な分析の技法については，理論への理解を深めるための一助として簡単に紹介するにとどめたい。

前置きが長くなった。さっそく本論に入ることにしよう。*2* 以下ではファイナンス理論の中核を占める資産価格理論を紹介し，企業の経営政策への応用については次章で述べる。

2　諸概念の定義と 2 つの基本定理

はじめに，本章および次章で用いる諸概念と基本定理の意味を明確にしておこう。

まず，**資産**とは，「将来金銭を受け取る（または支払う）地位」のことである。（毎年配当が支払われる）株式や（支払日に利息，満期日に元本が支払われる）貸付債権は典型的な資産であるが，オプション（223 頁参照）に代表される金融派生商品も資産であり，第三者から資金を借り入れた状態やオプションを第三者に与えた状態も「金銭を支払う地位」として資産の概念に含める。なお，以下では表現を簡単にするために，「金銭を支払う」ことを「マイナスの金銭を受け取る」ことと考えることとし，金銭の受取額を（マイナスの値となる場合も含めて）**収益**と呼ぶことにする。さらに，資産の中には将来複数回にわたって収益が発生する資産も多いが，議論を簡単にするために，当面は各資産について収益が発生するのは将来の 1 時点だけとし，複数回にわたって収益が発生する資産の評価方法については *6* でまとめて論じることにする。

2 つの資産が同一であるための必要十分条件は起こりうるすべての事態において発生する収益額が等しいことである。[3)]

---

3)　起こりうる事態を 1 から k までの k 個の事態とし，i 番目の事態で発生する収益の額を x_i とすれば，各資産は ${}^t(x_1, \cdots, x_k)$ という k 個の数からなるベクトルとして表せる（「^{t}」の添字は本来縦ベクトルで記載すべきものを紙面の都合上横ベクトルとして記載していることを意味する記号である）。2 つの資産は，このベクトルが等しいと

資産が日常生活において取引される財物と異なるのは，後者は独自の効用を持っているが前者は独自の効用を持たず，その価値は受け取る金銭の価値のみに依存している点である。たとえば，コンサート・チケットの価値はそのコンサートで演奏するミュージシャンに対する評価によって人それぞれであろうが，株式の価値は，ひとえに，その株式を保有することによって，いつ，いくらの金銭を受け取るかにかかっている。したがって，資産の価値はつねに金銭に換算して評価することが可能であり，この理由から，以下では「資産の価値」と「資産の価格」（＝資産の価値を金銭によって表した値）を同義語として用いることにする。

しかし，だからといって，資産の価値をそこから生じる収益の額と同視するわけにはいかない。なぜならば，収益が発生するのは将来の時点（以下，これを「時点１」という）である点において現時点（以下，場合により「時点０」ともいう）における金銭とは異なり，しかも，収益がいくらとなるかは時点０では不確実な場合が多いからである。しかしながら，このことは，見方を変えていえば，①時点０と時点１の時間差が資産の価値に及ぼす影響（これを**貨幣の時間的価値**〔time value of money〕という）と，②収益の不確実性という２つの問題を数学的に処理する方法さえ見つければ資産の理論的市場価格を算出しうることを意味している[4)]。そこで，そのような問題意識の下に研究が進められ，その結果として本章の主題である資産価格理論が生み出されるにいたった。

資産価格理論の内容は，市場のあり方をどれだけ理想的なものと仮定するかによって変わりうるが，本章では以下の仮定を置いて分析を進めることとする。これらの仮定は必ずしも現実世界と整合的であるとはいえないが，そう仮定することによって市場価格の形成原理を明確にすることができる。

⑴　すべての資産は任意の量を自由に市場で取引できる。

⑵　市場のあらゆる取引は**取引費用**（transaction cost）をかけずに実行可能である。

きに，かつ，そのときに限り，同一のものとなる。

4）　時点１が将来であるほど収益がいくらとなるかは不確実な場合が多いので，本文の①と②は渾然一体とした問題として受け取られがちであるが，両者は本来別の問題である。たとえば，10年後に満期となる国債の保有者が10年後に受け取る収益はほとんど完全に確定しているが，宝くじの保有者が受け取る収益は当選番号が発表される直前においてもまったく不確定である。

⑶ いずれの市場参加者も債務不履行を起こす可能性を有していない。

⑷ 市場参加者は市場に関するすべての情報を共有しており，すべての不確実な事象について同じ主観確率を抱く[5]。

⑴と⑵を仮定したことにより，あらゆる資産に関して対価なしで**空売り**（short selling）が可能となる点に留意してもらいたい[6]。ここで，空売りとは，「時点０においてある資産をその保有者から借りてきて市場で売却し[7]，時点１の直前に同一の資産を市場で買い入れたうえで貸主に返還する取引」のことである。また，⑴と⑵と⑶を仮定したことにより，すべての市場参加者は債務不履行を起こす可能性のない債務者に対する貸付利率（以下，これを**無リスク利子率**，文脈上誤解がないようであれば，単に**利子率**という）で任意の金額を貸付けまたは借り入れることができる[8]。

市場における価格形成原理の出発点となる定理について説明する。それは，「以下のいずれかの取引（あわせて**裁定取引**〔arbitrage〕という）を行うことは**均衡市場**（各資産に関して需要と供給が一致することにより価格が均衡している市場のことをいう）のもとでは不可能である」という定理であり，以下これを**裁定不能定理**と呼ぶことにする。

⑴ 時点０での収益はつねに０かプラスであり（つまり，「時点０での支出はなく」），時点１での収益はつねにプラスであるか，または，一定の事態においてプラスであってその他の事態においては０である取引。

5）⑷で仮定した市場は一般に「効率的市場」と呼ばれるものに近い。ただし，何をもって効率的市場と呼ぶかは論者によって必ずしも一致しておらず，仮にこれを「あらゆる情報が価格形成に反映されている市場」という意味の言葉として使うとすれば，それは主観確率の一致まで仮定しているとはいえない点において，⑷の仮定よりも弱い仮定である。

6）取引費用が発生しなくても資産の貸主は貸借期間中資産売却の機会を失うことの対価を求めるように思えるかもしれないが，貸主自らがいつでも空売りを実施できる以上売却の機会は失われていない。

7）この借入れは法的には「使用貸借」ではなく「消費貸借」である。したがって，借り入れた資産を市場で売却しても時点１で同一の資産を貸主に返還する限り契約違反とはならない。

8）現実世界では取引費用が発生するために（その最大のものは金融仲介機関に支払う手数料である），たとえ債務不履行リスクが０であると仮定しても貸付け利率と借入れ利率が一致することはない。両者が一致するのは⑵を仮定しているからである。

(2)　時点0での収益はつねにプラスであり，時点1での収益はつねにプラスか0である（つまり，「時点1での支出はない」）取引。

裁定不能定理の論証

裁定取引は誰もが無条件に行いたいと思う取引である。したがって，ある資産を購入すれば裁定取引が可能となるのであれば，誰もがその資産を購入しようとし（すなわち，その資産の需要が供給を上回り），これによってその資産の価格は上昇し，その動きは裁定取引の機会が消滅するまで止まらないであろう。同様にして，ある資産を売却することで裁定取引が可能となるのであれば誰もがその資産を売却しようとし（すなわち，その資産の供給が需要を上回り），その資産の価格は裁定取引の機会が消滅するまで下落し続けるであろう。したがって，均衡市場においては裁定取引を行う機会はつねに消滅している。

裁定不能定理から**価格の線形性**というもう1つの重要定理が導き出される。価格の線形性の意味と論証は以下のとおりである。

価格の線形性の意味

市場において A, B, C という3つの資産が取引されており，このうちの資産 C は m 個の資産 A と n 個の資産 B の組み合わせからできている（このように，他の資産の組み合わせからなる資産のことを**ポートフォリオ**という）。この場合，各資産の価格を $P(\cdot)$ で表せば，つねに次の式が成立する[9]。

---

9)　注3）で用いた資産のベクトル表記を使えば，m 個の資産 $A = {}^t(a_1, \cdots, a_k)$ と n 個の資産 $B = {}^t(b_1, \cdots, b_k)$ の組み合わせが資産 $C = {}^t(c_1, \cdots, c_k)$ と等しいことは，次の式が成立することを意味している。

$$m \begin{pmatrix} a_1 \\ \vdots \\ a_k \end{pmatrix} + n \begin{pmatrix} b_1 \\ \vdots \\ b_k \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_1 \\ \vdots \\ c_k \end{pmatrix}$$

したがって，価格の線形性とは結局のところ「同一の資産の価格はつねに同一である」という命題（一般にこれを**一物一価の法則**という）と同値の関係に立つものである。裁定不能定理と価格の線形性と一物一価の法則の論理的関係について，詳しくは野口＝藤井（2005）63頁以下参照。

$$mP(A) + nP(B) = P(C) \tag{5.1}$$

価格の線形性の論証

仮に，(5.1) 式の左辺の値が右辺の値を上回っていれば，市場から $P(C)$ 相当の資金を借入れて資産 C を購入し，これを m 個の資産 A と n 個の資産 B に分けてただちに売却して借入資金を返済すれば裁定取引が成立する[10]。よって左辺の値は右辺の値を上回らない。

仮に，(5.1) 式の左辺の値が右辺の値を下回っていれば，市場から $mP(A)+nP(B)$ 相当の資金を借入れて m 個の資産 A と n 個の資産 B を購入し，これらを組み合わせ，資産 C として売却して借入資金を返済すれば裁定取引が成立する[11]。よって，左辺の値は右辺の値を下回らない。

ゆえに，(5.1) 式が成立する。

価格の線形性は自明のことであると思うかもしれない。しかしながら，ファイナンス理論の世界でこの命題が一般的に受け入れられたのは比較的最近のことである[12]。命題の承認が遅れたのはこの命題と一見矛盾する事象が多く見られるからであり，両者の表面上の矛盾を解きほぐすことによって資産価格の形成原理がより明確となることは後に見るとおりである。

3　利子率と期待収益率

いかなる事態においても収益が変わらない資産を**安全資産**（risk-free asset）といい，安全資産以外の資産を**危険資産**（risky asset）という。たとえば，自国の通貨建ての国債は原則として安全資産であるが[13]，一般企業が発行する社債

10）　この取引を裁定取引の定義に正確にあてはめるためには，時点 0（資金の借入時）と時点 1（資金の返済時）が同時に起こっていると考えればよい。その場合，時点 0 での収益は 0 で時点 1 の収益はプラスであるからこの取引は裁定取引にあたる。

11）　注 10）の場合と同様に時点 0 の収益は 0 であって，（同時に起こる）時点 1 の収益はプラスであるからこの取引は裁定取引にあたる。

12）　第 6 章の注 21）参照。

13）　国家は自国の通貨を創出する自由を有しているので自国の通貨建ての国債だけを発