一橋大学経済学部編『新・教養としての経済学』有斐閣，2025 年
＊本ファイルの無断転載，第三者への譲渡を禁じます。

『新・教養としての経済学』ウェブ補論（第Ⅶ部第 3 章）：ノンパラメトリック回帰

ノンパラメトリック回帰のエッセンスが分かりやすいようにするため，説明変数はx一つのみとする。ノンパラメトリック回帰ではxの 1 次関数でyを説明するのではなく，

$$y = f(x) + u \tag{3}$$

と定式化し，$f(x)$の形は特定せずにyの説明を行おうというものである。$f(x)$が 1 次関数であれば線形回帰モデルとなるが，$f(x)$は 2 次関数かもしれないし，もっと別の関数形が適切であるかもしれない。いずれにしろ，分析者には$f(x)$の具体的な形は分からない，というのがノンパラメトリック回帰を行う際のスタンスである。このような場合の対処法はいくつかあるが，ここでは代表的な手法の一つを紹介する。

ここではxが特定の値x_0を取るときの$f(x_0)$に興味があるとする。今，$y = f(x)$のグラフの$x = x_0$での接線は

$$y = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0) \tag{4}$$

となるので，$f(x)$の$x = x_0$近辺での値を(4)式で近似することにする。(4)式の表現を(3)式の$f(x)$に代入すれば，

$$y = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0) + u$$

となる。ここで，$f(x_0) = a$，$f'(x_0) = b$，$\tilde{x} = x - x_0$とおけば，上式は$y = a + b\tilde{x} + u$となり，観測値を$\{\tilde{x}_1, y_1\}, \{\tilde{x}_2, y_2\}, \dots, \{\tilde{x}_n, y_n\}$を使って表現すると，

$$y_i = a + b\tilde{x}_i + u_i \tag{5}$$

となり，(1)式と同じ回帰モデルで表現できる。ただし，x_iがx_0から遠いと接線では関数を近似できない。いいかえれば，(4)式の近似が成り立つのはx_iがx_0の値に近いとき（$\tilde{x}_i$の値が 0 に近いとき）のみである。したがって，十分小さな正の実数hをとり，$|x_i - x_0| < h$を満たす観測値$\{x_i, y_i\}$のみを用いて(5)式を最小 2 乗法で推定して，得られたaの値を$f(x_0)$とすればよい。これが局所線形回帰である。