
『ゲーム理論で考える政治学：フォーマルモデル入門』
浅古泰史

EXERCISES 解答集

本書の各章末問題である DISCUSSION QUESTIONS は、明確な解答が存在しない問題が中心です。
よって、ここで提供されている解答は各章内にある EXERCISE に対するもののみであり、
DISCUSSION QUESTIONS の解答は含まれていません¹。

修正箇所

【2019.1.8】 11-2(ii)

【2019.7.25】 1-2, 3-1(i), 4-1(ii)

¹ この解答例の修正においてコメントをいただいた土屋遥佳さんに感謝する。

CHAPTER 1

EXERCISE 1-1

$pB - C > 0$ のときに投票するため、 $B > C/p$ が成立する必要がある。よって、 B は125,000,000以上になる必要がある。個人の利得が金銭的利得と同一と考えた場合、投票する費用がたった1円であったとしても、勝利政党を変えることで1億円を超える便益を得ることができなければ、理論的には投票に行かないことになる。(もちろん、個人の利得が必ずしも金銭的利得と同一とは限らない。)

EXERCISE 1-2

投票しなかったときの期待利得は、

$$\left(p_1 + \frac{1}{2}p_2\right)B_1 + \left(1 - p_1 - \frac{1}{2}p_2\right)B_2 + C_N - D_N.$$

投票したときの期待利得は、

$$\left(p_1 + p_2 + \frac{1}{2}p_3\right)B_1 + \left(1 - p_1 - p_2 - \frac{1}{2}p_3\right)B_2 - C_V + D_V.$$

よって、 $D = D_N + D_V$ が成立する。

CHAPTER 2

EXERCISE 2-1

- (i) 「両党とも良い政策を選択」のみがナッシュ均衡.
- (ii) 「両党とも良い政策を選択」と「両党とも悪い政策を選択」の2つのナッシュ均衡が存在する. 「悪い政策」から政党が便益を受け, さらにその便益が十分に大きければ, 選挙競争があつたとしても悪い政策が選択されてしまう可能性がある.

さらなる理解のために: 「悪い政策」から政党が便益を受けるこのゲームの(I)は CHAPTER 12 で紹介する囚人のジレンマゲームです. また, (II)は調整ゲームになります. (I)では悪い政策が選択されることは均衡上生じませんが, 両党が長期的に存在し, 何回も選挙競争を繰り返す無限繰り返しゲームを考えると, 悪い政策が選択される可能性が生じます.

CHAPTER 12 を読んだ後に, もう一度振り返ってみるとよいでしょう.

EXERCISE 2-2

- (i) グループ 2 が最も好む政策 b が中位政策. 政策 a との選挙ではグループ 2~5 の過半数の有権者が政策 b を支持し, それ以外の政策 c, d, あるいは e との選挙ではグループ 1 と 2 の過半数の有権者が政策 b を支持するため, 政策 b はほかのどの選択肢にも勝つことができる.
- (ii) グループ 5 が最も好む政策 e が中位政策. グループ 5 に有権者の過半数が所属しているため, 政策 e はほかのどの政策にも勝つことができる.
- (iii) グループ 3 が最も好む政策 c が中位政策. 政策 a あるいは b との選挙ではグループ 3~5 の過半数の有権者が政策 c を支持し, それ以外の政策 d, e との選挙ではグループ 1~3 の過半数の有権者が政策 c を支持するため, 政策 c はほかのどの選択肢にも勝つことができる. この例のように, 有権者の最も好ましい政策の分布が左派と右派に分かれていても, 中位政策が最も強い選択肢になる.

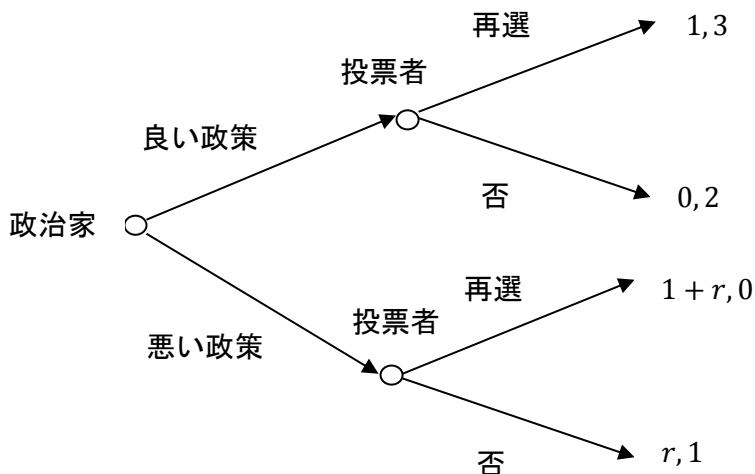
- (iv) グループ2が最も好む政策bとグループ3が最も好む政策cの2つが中位政策。ここでは、有権者が2つの選択肢を同等に好ましいと考えていた場合、各選択肢を選ぶ確率は50%であるとする。
- 政策bを考えてみよう。政策aとの選挙ではグループ2~5の過半数の有権者が政策bを支持し、政策eとの選挙ではグループ1~3の過半数の有権者が政策bを支持するため勝つことができる。政策dとの選挙では、グループ1~2の有権者が政策bを支持し、かつグループ3の半数の有権者が政策bを支持する。よって、政策bは過半数の支持を得て、政策dに勝つことができる。一方で、政策cとの選挙では支持を二分するため引き分けになる。同様の理由から、政策cも政策bとは引き分け、ほかの政策には勝つことができる。
- よって、政党は政策a, d, eを選択することはない。「両党が政策bを選択」、
「両党が政策cを選択」、および「一党が政策bを他党が政策cを選択」の3種類のナッシュ均衡が存在する。いずれにせよ、2つの中位政策のうちいずれかが選択され、選挙は引き分けに終わる。

さらなる理解のために：(IV)では有権者にとって2つの選択肢が同等に好ましい場合、各選択肢を選ぶ確率は50%であるとしましたが、50%ではなくても両選択肢を正の確率で選択するのであるならば、上記の結果に変わりはありません。このような「2つの選択肢が同等に好ましい」ことを数理分析では「2つの選択肢に対し無差別である」と言います。これは「どちらが良いかわからない」という状況を示しているのではなく、「意思決定者にとって両選択肢ともちょうど同一の価値を有する」ことを意味します。厳密には無差別関係も考慮に入れたうえで分析をしないわけにはいきませんが、無差別関係が生じた場合の分析は難易度が高まります。よって、本書の大半では無差別関係が生じない場合のみを分析しています。

CHAPTER 3

EXERCISE 3-1

(i)



- (ii) 悪い政策からの便益の値に関わらず、投票者は良い政策を選択した政治家を再選し ($3 > 2$)、悪い政策を選択した政治家を落選させる ($1 > 0$)。よって、政治家は良い政策を選択した場合には1の利得を、悪い政策を選択した場合は r の利得を得る。以上から、 $r < 1$ のときの均衡では、政治家は良い政策を選択して再選される。
- (iii) (ii)で行った分析より、 $r > 1$ のときの均衡では、政治家は悪い政策を選択して落選される。

EXERCISE 3-2

まず、最後の意思決定者である B の意思決定から考える。 A が $r_A = r_B = 0$ を提示してきたとき、 B は採用すれば再選からの便益 b_B を得るが、棄却した場合には既存政策が実行され R_B を得る。よって、 $b_B \geq R_B$ であれば A の提案を受け入れる。

次に、 $b_B \geq R_B$ が成立しているとしたうえで、 A が $r_A = r_B = 0$ を提示するインセンティブをもつか考える。 A が $r_A = r_B = 0$ を提示した場合、 A は再選され便益 b_A を得る。再選を諦めて利益誘導政策からの便益を最大限得ようとした場合には、 A は $r_B = R_B$ を提示することで $1 - R_B$ を得る。以上の議論から、 $b_B \geq 1 - R_B$ が成立するならば A は $r_A = r_B = 0$ を提示するインセンティブをもつ。2つの条件をまとめると、 A が $r_A = r_B = 0$

を提示し、 B が受け入れる条件は

$$1 - b_B \leq R_B \leq b_B$$

となる。ただし、 A が既存政策を選択するインセンティブを持たないように、

$$R_A \leq b_A$$

も成立しなくてはならない。つまり、投票者が強気の契約を提示できるためには、 A も B も十分に大きな再選からの利得を得ていなくてはならないことがわかる。

CHAPTER 4

EXERCISE 4-1

- (i) 政党 A が議案決定者となった場合には、政党 C に $1/3$ を提示し、残りの $2/3$ は政党 A のものにする。政党 B が議案決定者になった場合には、政党 A に $1/10$ を提示し、残りの $9/10$ は政党 B のものにする。政党 C が議案決定者になった場合にも、政党 A に $1/10$ を提示し、残りの $9/10$ は政党 C のものにする。いずれの提案も可決され、実行される。

よって、各政党の期待利得は以下の通りになる。

$$\text{政党 A : } \left(\frac{1}{3} \times \frac{2}{3}\right) + \left(\frac{1}{3} \times \frac{1}{10}\right) + \left(\frac{1}{3} \times \frac{1}{10}\right) = \frac{26}{90}$$

$$\text{政党 B : } \left(\frac{1}{3} \times 0\right) + \left(\frac{1}{3} \times \frac{9}{10}\right) + \left(\frac{1}{3} \times 0\right) = \frac{27}{90}$$

$$\text{政党 C : } \left(\frac{1}{3} \times \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3} \times 0\right) + \left(\frac{1}{3} \times \frac{9}{10}\right) = \frac{37}{90}$$

本章の例では、既得権益が最も小さい政党が最も高い期待利得を得ていたが、ここでは最も小さい既得権益を有する政党 A の期待利得が最も低い。政党 A の既得権益の大きさが小さすぎる ($1/10$) ため、他の政党が議案決定者になった場合には $1/10$ しかもらえず、期待利得は高まらなかったためである。「既得権益は小さいほうが良い」というわけではないことを示している。

- (ii) 政党 A が議案決定者となった場合には、政党 C に $1/6$ を提示し、残りの $5/6$ は政党 A のものにする。政党 B が議案決定者になった場合にも、政党 C に $1/6$ を提示し、残りの $5/6$ は政党 B のものにする。政党 C が議案決定者になった場合には、政党 B に $1/5$ を提示し、残りの $4/5$ は政党 C のものにする。いずれの提案も可決され、実行される。

よって、各政党の期待利得は以下の通りになる。

$$\text{政党 A : } \left(\frac{1}{2} \times \frac{5}{6}\right) + \left(\frac{1}{4} \times 0\right) + \left(\frac{1}{4} \times 0\right) = \frac{50}{120}$$

$$\text{政党 B : } \left(\frac{1}{2} \times 0\right) + \left(\frac{1}{4} \times \frac{5}{6}\right) + \left(\frac{1}{4} \times \frac{1}{5}\right) = \frac{31}{120}$$

$$\text{政党 C : } \left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{6}\right) + \left(\frac{1}{4} \times \frac{1}{6}\right) + \left(\frac{1}{4} \times \frac{4}{5}\right) = \frac{39}{120}$$

本章の例では、既得権益が最も大きい政党が最も低い期待利得を得ていたが、ここでは最も大きな既得権益を有する政党 A が最も高い期待利得を得ている。

政党 A は既得権益を有するが、同時に議案決定者になる可能性が高いためである。このように、議案決定者になる確率が高いほど、期待利得は高くなる。

EXERCISE 4-2

① 政党 A と連立を組む.

政党 A に対する提案が断られてしまった場合、政党 A と政党 C による暫定政府によって既存政策"1/4"が実行され、政権政党になる便益を政党 A と政党 C は 1/2 ずつ得る。政党 A が既存政策"1/4"から得る利得は $-1/4$ であるため、提案が断られた場合の政党 A の利得は $1/4$ である。政党 A が提案を受け入れ、新政府が形成された場合に選択される政策は"1/2"であるため、新たな政策から得る利得は両党ともに $-1/2$ である。政党 C は政党 A が受け入れてくれるように $b_A = 3/4$ を提案する。以上から、政党 A と連立を形成した場合に政党 C が得る利得は

$$-\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = -\frac{1}{4}$$

である。

② 政党 B と連立を組む.

まず、政党 B に対する提案が断られてしまった場合、政党 B と政党 C による暫定政府によって既存政策"1/4"が実行され、政権政党になる便益を 1/2 ずつ得る。よって、政党 B の利得は $1/4$ になる。政党 B が提案を受け入れた場合、選択される政策は"3/4"であるため、政党 B が得る政策からの利得は変わらず $-1/4$ である。よって、政党 C は $b_B = 1/2$ を提案する。以上から、政党 B と連立を形成した場合に政党 C が得る利得は

$$-\frac{1}{4} + \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

である。

③ 全政党で大連立を組む

1 党以上の政党に大連立の提案が断られてしまった場合、3 党による暫定政府が成立した上で、既存政策"1/4"を実行され、政権政党になる便益を各政党が 1/3 ずつ得る。提案が断られた場合の政党 A と政党 B の利得は $1/12$ である。全党が提案を受け入れ、大

連立の新政府が形成された場合に選択される政策は $1/2$ である。政党 C は、提案を断った場合の政党 A の利得 $1/12$ と、提案を受け入れた場合の政党 A の利得 $-1/2 + b_A$ が等しくなる $b_A = 7/12$ を提案する。また政党 B に対しては、提案を断った場合の利得 $1/12$ と、提案を受け入れた場合の利得 b_B が等しくなる $b_B = 1/12$ を提案する。政党 C は残りの $b_C = 2/3$ を受け取る。結果として、政党 C が得る利得は

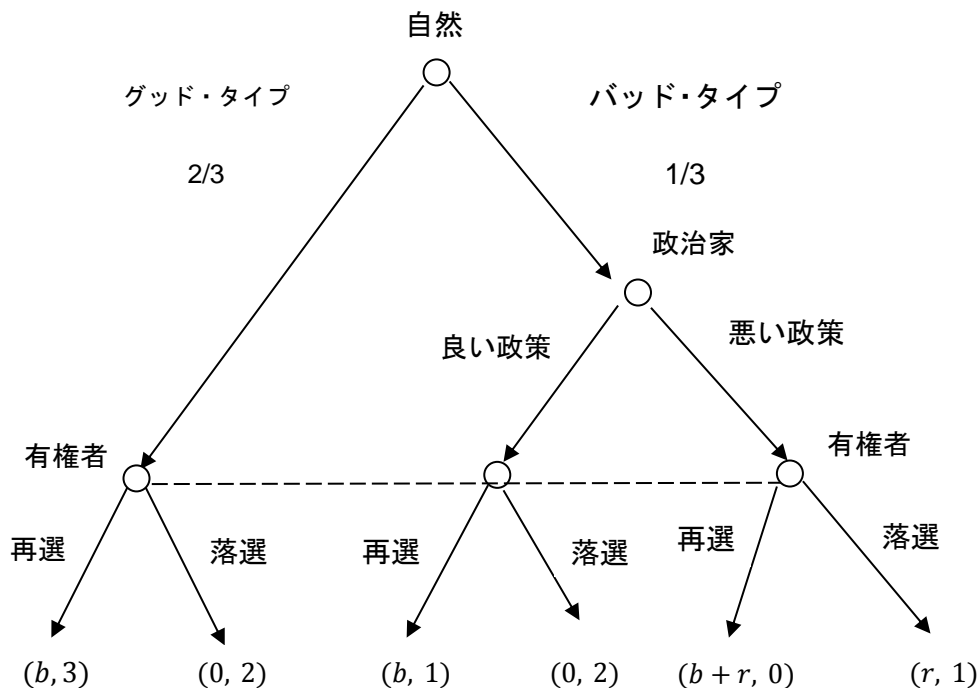
$$-\frac{1}{2} + \frac{2}{3} = -\frac{1}{6}$$

となる。以上から、政党 C は最も高い期待利得を得ることができる「②政党 B との連立政権」を選択する。

CHAPTER 5

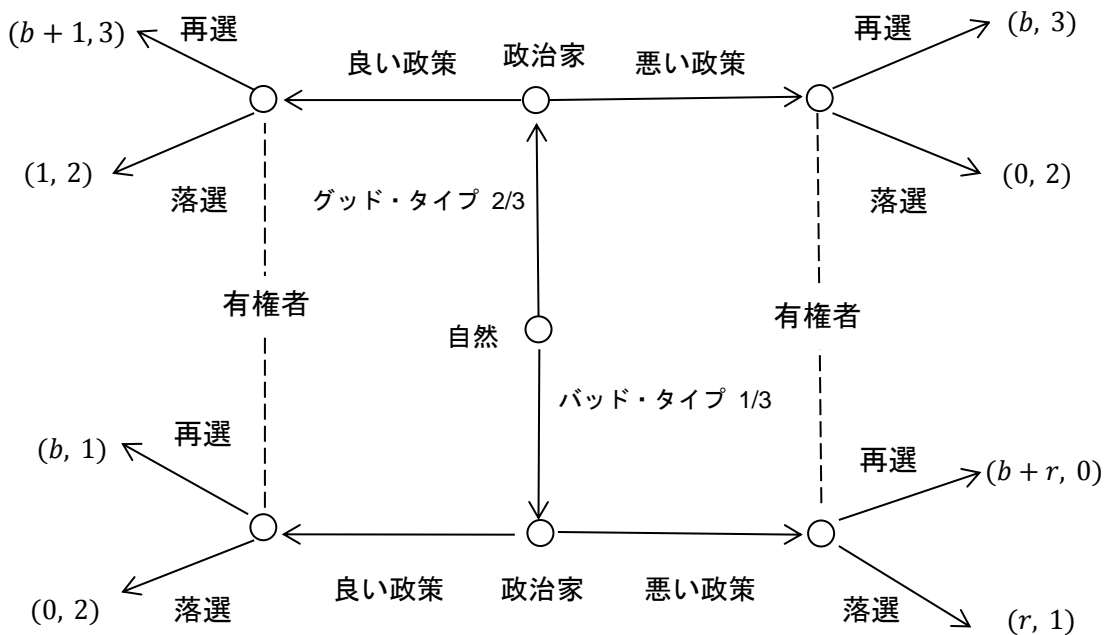
EXERCISE 5-1

(i)



有権者のすべての意思決定点は1つの情報集合に含まれることになる。

(ii)



意思決定点を2つ含む情報集合が2つ存在する。ゲームの木の書き方はどのような形でも良いが、通例は上記のように情報集合がわかりやすいように書く。最早、木ではなく蟹のようである。

EXERCISE 5-2

落選を選択した場合、政治家のタイプがグッド・タイプでもバッド・タイプでも、有権者の利得は2である。一方で再選を選択した場合、確率 $1/3$ でグッド・タイプであり有権者の利得は3になるが、確率 $2/3$ でバッド・タイプであり有権者の利得は1になる。よって、再選を選択した場合の有権者の期待利得は

$$\frac{1}{3} \times 3 + \frac{2}{3} \times 1 = \frac{5}{3}$$

である。 $5/3 < 2$ より、落選を選択することが有権者にとって最適な選択である。バッド・タイプである可能性が高すぎると、良い政策をとった政治家でも落選させられる。

さらなる理解のために①：EXERCISE 5-2 の設定の場合でも、 $b < r$ のときの均衡ではバッド・タイプは悪い政策を選択し、そしてグッド・タイプは良い政策を選択します。その結果、グッド・タイプのみ再選されます。一方で、 $b > r$ のときに（本章のモデルにおける均衡のように）バッド・タイプが良い政策を選択すると、上記で示した通り、有権者は良い政策をとった政治家でも落選させてしまいます。よって、「両タイプともに良い政策を選択する」ことは均衡になりません。均衡では、グッド・タイプは良い政策を必ず選択します。その一方で、バッド・タイプは確率的に良い政策と悪い政策を選択することで、有権者に良い政策を選択した政治家を再選するインセンティブを与えようとしています。この確率的に選択する戦略をゲーム理論では混合戦略と言います。本書の難易度を越えるため混合戦略の解説はしませんが、ご存知の読者は均衡を求めてみてください。均衡においてバッド・タイプは $1/2$ の確率で良い政策を選択し、残りの $1/2$ の確率で悪い政策を選択します。

さらなる理解のために②：CHAPTER 5 では、グッド・タイプの政治家を再選させた場合の有権者の利得は2であり、バッド・タイプの政治家を再選させた場合には0、そして政治家を落選させて対抗馬を当選させた場合には1であると設定しています。この設定は、挑戦者にもグッド・タイプとバッド・タイプの2つのタイプがいると考えた場合、対抗馬がグ

ッド・タイプである確率は $1/2$ であることを暗に意味しています。対抗馬を選んだ場合、確率 $1/2$ でグッド・タイプであるため 2 を得て、残りの $1/2$ の確率でバッド・タイプであるため 0 を得ます。よって、対抗馬が勝つことによる期待利得は $1/2 \times 2 + 1/2 \times 0 = 1$ となるわけですが、本章のモデルでは、現職政治家がグッド・タイプである確率を $2/3$ としていました。これは、有権者が「現職政治家の方が対抗馬より良い資質を持っている可能性が高い」と思っている状況を考えていることとなります。一方で、EXERCISE 5-2 では、現職政治家がグッド・タイプである確率は $1/3$ ですので、有権者は「対抗馬の方が現職政治家より良い資質を持っている可能性が高い」と思っている状況を考えていることとなります。

CHAPTER 6

EXERCISE 6-1

- (i) 利益団体は、献金として m を払う。確率 $1 - q$ でバッド・タイプであることが露呈しなかったときのみ、バッド・タイプが当選することができ、利益団体は政策上の便宜を受けることで2を得る。しかし、 q の確率でタイプが露呈してしまえば、バッド・タイプの政治家は落選し、献金は無駄に終わる。よって、献金を与えた場合に利益団体が得る期待利得は $2(1 - q) - m$ である。
- (ii) 献金をしなければ政治家は落選し、政策上の便宜を利益団体は受けることができない。よって、利得はゼロである。
- (iii) $2(1 - q) - m < 0$ のとき、つまり

$$q > 1 - \frac{m}{2}$$

のとき、利益団体はバッド・タイプに献金をしない。

さらなる理解のために：CHAPTER 6 のモデルでは、利益団体はバッド・タイプに献金をしないと仮定していました。しかし、バッド・タイプに献金することができると仮定しても、EXERCISE 6-1 のようにタイプが露見する確率が十分に大きければ、利益団体はバッド・タイプには献金しようとはしません。「利益団体はバッド・タイプに献金をしない」という仮定の裏には、このような状況が想定されています。タイプが露見する確率以外にも、バッド・タイプが効率的に政策上の便宜を図れない場合、およびバッド・タイプは選挙に勝利するためにより多額の政治献金を求めている場合に、利益団体はバッド・タイプに献金しないということを157ページで指摘しています。この2つの場合に関しても、ゲームの中に導入した上で、分析してみてください。

EXERCISE 6-2

- (i) グッド・タイプである確率を $2/3$ であるとしたとき、Chapter 6 で示した分析と異なってくる点は、「両タイプとも献金を受けていない」ときの有権者の行動である(図 6-3)。政治家が献金を受けていないとき、確率 $2/3$ でグッド・タイ

プであり、残りの確率 $1/3$ でバッド・タイプであるため、再選を選択した場合の有権者の期待利得は

$$\frac{2}{3} \times 2 + \frac{1}{3} \times 0 = \frac{4}{3} > 1$$

になる。落選させた場合の有権者の利得は 1 であるため、両タイプともに献金を受けていない場合でも、有権者は再選を選択する。

しかし、たとえそうであっても、利益団体は献金を通して政策上の便宜を受けることで $2 - m$ を得た方が、献金を受けずに利得がゼロであるより好ましい。よって、利益団体は献金を行う。利益団体がグッド・タイプにのみ献金を行った場合、図 6-2 が示すように、献金がなかった政治家は 100% の確率でバッド・タイプである。よって落選させられる。

結果として、本章で論じた均衡と同じ結果になる。つまり、有権者は献金を受けた政治家のみを再選し、利益団体はグッド・タイプの政治家に対し献金を与える。

さらなる理解のために： CHAPTER 6 のモデルでは、政治家の意思決定を考慮に入れていません。現実的には、政治家は「献金を受けるか否か」に関する意思決定を行っていると考えられます。EXERCISE 6-2(I) のように、グッド・タイプが献金を受けなくても再選されるならば、選挙資金としての政治献金は必要ありません。その一方で、利益団体には便宜供与をしなくてはなりません。もし政治家と有権者の利害が一致しており、できるならば利益団体への便宜供与を行いたくないと政治家が考えている場合、EXERCISE 6-2(I) の設定下において政治家は献金を受けないかもしれません。つまり、グッド・タイプである確率が十分に高い場合には、政治献金は（政治家が受け取らないため）行われな可能性があると事です。

- (ii) $m > 2$ と設定を変更しても、有権者の行動に変わりはない。つまり、献金を受けた政治家は再選させ、献金を受けていない政治家は落選させる。利益団体は、献金をすれば $2 - m$ を得て、しなければ利得はゼロである。 $m > 2$ のため、利益団体は献金を行わない。

CHAPTER 7

EXERCISE 7-1

- (i) 隠蔽をした場合、政府は各メディアに at を与える。よって、各メディアの利得は a である。
- (ii) すべてのメディアが報道をした場合には、 a を等分するため、各メディアの利得は a/N である。
- (iii) すべてのメディアが隠ぺいを選択している均衡の方が、メディアは高い利得を得ることができる。もしすべてのメディアが協調し結託することができるならば、売り上げを奪い合うような競争をするより、政府と交渉して隠ぺいのための利得を得た方が、ずっと利益になる。

EXERCISE 7-2

ここでは、 N 社すべてのメディアではなく、限られた qN 社のメディアのみが、政府に関する悪い情報を取得する。隠ぺいするためには、政府は報道するインセンティブを有するメディアが1社でも出てこないようにしなくてはならない。 qN のメディアが隠ぺいしている中で、たった1社が報道した場合、そのメディアは a を得る。よって、1つのメディアに対する支出額は $m_i = a$ のままとなる。しかし、政府は qN 社のみにも賄賂を渡すだけでよい場合、総額は qNa となる。この総額が1より小さい場合、つまり $N < 1/qa$ のとき、均衡においてメディアは隠ぺいを選択する。情報を取得できないメディアが増えるほど(q が低下するほど)、メディアは政府にコントロールされやすくなることを示している。

CHAPTER 8

EXERCISE 8-1

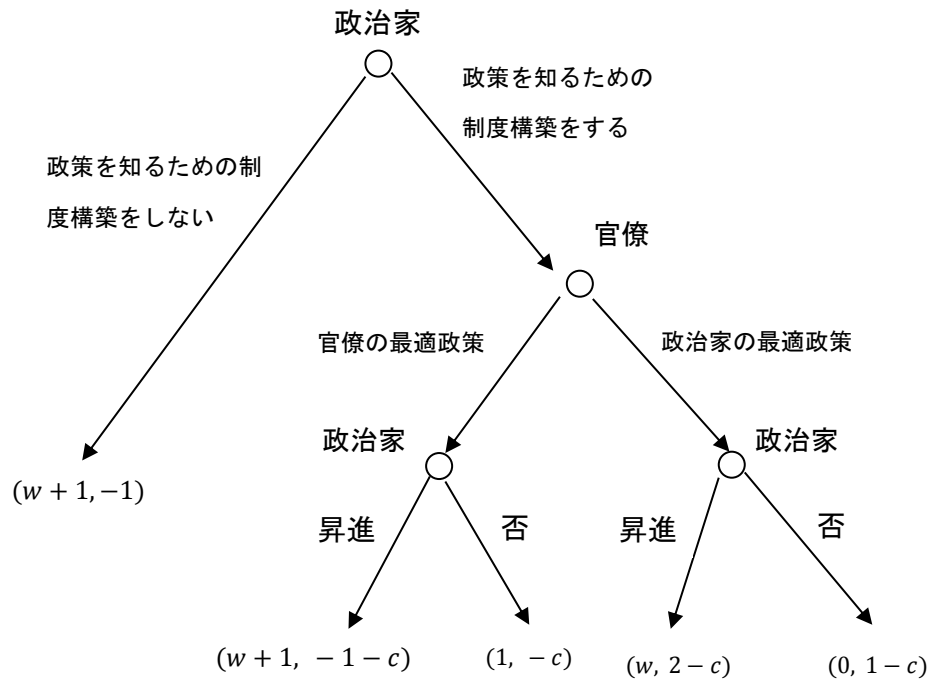
官僚に権限を委譲した場合に政治家が得る期待利得は p である。一方で、政治家が政策を決定する場合、政策 x を選択したときの政治家の期待利得は q であり、政策 y を選択した場合の政治家の期待利得は $1 - q$ である。よって、 $q > 1/2$ では政策 x を、 $q < 1/2$ では政策 y を選択する。このことから、権限委譲をせずに政治家で意思決定を行った場合、必ず $1/2$ 以上の期待利得を得ることができる。そのため、 $p < 1/2$ であれば官僚への権限移譲は一切行われぬ。不確実性が存在したとしても、政治家と官僚の間での利害の不一致が大きすぎる場合には、自ら意思決定することが政治家にとっては最適になる。

次に $p \geq 1/2$ と考えてみよう。 $q > 1/2$ のとき、 $p > q$ であれば官僚に権限委譲をした方が政治家にとって好ましい。一方で、 $q < 1/2$ のとき、 $p > 1 - q$ であれば官僚に権限委譲をした方が政治家にとって好ましい。両条件を合わせると、 $1 - p < q < p$ のときに、政治家は官僚に権限を委譲するインセンティブをもつ。それ以外の場合には権限を委譲しない。

さらなる理解のために:本章では明示的には議論していませんが、 $p = q$ あるいは $p = 1 - q$ であれば、権限移譲の有無に関わらず、政治家は同じ期待利得を得ます。よって、どちらの選択肢でも構わないと思っていることになります。言い換えると、政治家は権限移譲の有無に対し無差別ということです。（無差別関係に関しては CHAPTER 3 の「さらなる理解のために」参照。）

EXERCISE 8-2

ゲームの木は以下のようなになる。(「否」は「昇進させない」を意味する。)



政治家が情報収集のための制度を構築したとしよう。この場合、官僚の最適政策を選択した官僚を昇進させず ($-c > -1 - c$)、政治家の最適政策を選択した官僚を昇進させる ($2 - c > 1 - c$) ことが政治家にとって最適である。この政治家の行動を踏まえて、 $w > 1$ という仮定より、官僚は政治家の最適政策を選択する。つまり、サブゲーム完全均衡では、政治家が制度構築を選択した場合、官僚は政治家の最適政策を選択したうえで昇進されるため、政治家は $2 - c$ を得る。一方で、制度構築をしない場合には、政治家は -1 を得る。よって、 $c < 3$ であれば制度構築をするが、 $c > 3$ であればしないことがサブゲーム完全均衡になる。

CHAPTER 9

EXERCISE 9-1

2/3 ルールの下で政権を維持するためには、議会において 2/3 以上の議席を得なくてはならない。つまり、2/3 の選挙区で勝利する必要がある。2 大政党制下において、各選挙区で勝利するためには投票者の 1/2 の支持が必要である。よって最低でも、2/3 の選挙区において 1/2 の支持を得なくてはいけないため、 $W = 2/3 \times 1/2 = 1/3$ になる。

2/3 ルール下では政治的生き残りは困難になるように思えるが、議院内閣制における勝利結託の大きさは半数をはるかに下回り、過半数ルール下の大統領制 ($W = 1/2$) より低い。2/3 ルールと聞くと厳しいように聞こえるが、全国民の 1/3 程度以上の支持を得れば、政権維持や憲法改正ができるのである。

EXERCISE 9-2

- (i) 挑戦者が政権交代を果たした場合、各個人は W/S の確率で $1/W$ を手に入れることができるため、期待利得は

$$\frac{W}{S} \times \frac{1}{W} = \frac{1}{S}$$

である。

- (ii) 現職の政治的リーダーが自身の勝利結託のメンバーから裏切り者を出さないためには、挑戦者が政権交代を果たした場合の期待利得 $1/S$ より大きな利得をメンバーに与える必要がある。政治的リーダーは政権維持に最低限必要な配分しか与えないため、勝利結託の各メンバーは $1/S$ を得る。メンバーの数は W であるため、勝利結託メンバーに与える配分総額は

$$\frac{1}{S} \times W = \frac{W}{S}$$

である。政治的リーダーは、配分後の残額である $1 - W/S$ を得る。

- (iii) 政治的リーダーは $1 - W/S$ を得るため、 W/S が小さいほど、政治的リーダーが得る利得は大きくなる。

政治的リーダーの勝利結託に属するメンバーにとって、政権交代に伴う期待利得である W/S が小さいほど、政権交代を避けようとするインセンティブは強ま

り「忠誠度」は大きくなる。その足下を見た政治的リーダーは、配分額を減らしてくる。

さらなる理解のために： CHAPTER 4において、議案決定者（あるいは組閣担当者）は交渉相手の足下を見ることができると、高い利得を得ることができることを指摘しました。EXERCISE9-2でも同様に、交渉において提案権を握っている政治的リーダーは、勝利結託メンバーの足下を見ることができると、高い利得を得ることができます。

CHAPTER 10

EXERCISE 10-1

- (i) 1期目には $t = 2(1 - c)/(1 + q)$ を民衆に与えるため、残りの $1 - t = (2c + q - 1)/(1 + q)$ を政治的エリートは得る。2期目は確率 q で革命の機会が生じた場合、 $t = 2(1 - c)/(1 + q)$ を民衆に与えるため、残りの $1 - t = (2c + q - 1)/(1 + q)$ を政治的エリートは得る。一方で、確率 $(1 - q)$ で革命の危機が生じなかった場合、政治的エリートは全ての富 1 を得る。よって、2期間の総期待利得は

$$\frac{2c + q - 1}{1 + q}(1 + q) + (1 - q) \times 1 = 2c$$

である。

- (ii) $2(1 - \alpha) > 2c$ であれば、政治的エリートは弾圧を選択する。つまり条件は、 $1 - \alpha > c$ となる。再配分によって革命を避けることができるのだとしても、弾圧の道が選ばれてしまう場合がある。

さらなる理解のために：再配分にせよ、民主化にせよ、革命を避けるためには革命によって民衆が得ることができる2期間総利得である $2(1 - c)$ 以上の期待利得を民衆に与える必要があります。よって、政治的エリートの手元に残る富は再配分政策でも民主化でも $2c$ です。よって、(ii)で示した条件は、体制エリートが民主化ではなく弾圧を好む場合の条件と同一になります。

EXERCISE 10-2

革命を実行した場合における、民衆の2期間総利得は $2(1 - c)$ である。一方で、革命が生じないように体制エリートが t の配分を民衆に与えた場合における、民衆の2期間総期待利得は、

$$(t + y) + q(t + y) + (1 - q)y = (1 + q)t + 2y$$

である。体制エリートは $(1 + q)t + 2y = 2(1 - c)$ を満たす t を選択するため、

$$t = \frac{2(1-c-y)}{1+q}$$

が成立する.

体制エリートは $1-y$ の富のみを有しているため、再配分 t の上限は $1-y$ となる. 革命阻止のために必要な再配分 ($2(1-c-y)/(1+q)$) が $1-y$ を超えてしまうと、再配分政策を通して革命を止めることはできない. つまり,

$$y < 1 - \frac{2c}{1-q}$$

のとき体制エリートは革命を止められない.

民主化が実行されれば、民衆の2期間総利得は $2(t+y)$ となるため、革命を生じさせないためには、 $2(t+y) \geq 2(1-c)$ を満たさなくてはならない. 書き直すと、 $t \geq 1-c-y$ を満たす再配分が恒常的に行われる必要がある. ここで民主化が行われた場合、 $t = 1-c-y$ が選択されるとする. このときの体制エリートの2期間総利得は $2(1-t) = 2(c+y)$ になる.

一方で、弾圧をした場合に体制エリートが得る2期間総利得は $2(1-y-a)$ であるため、

$$2(1-y-a) > 2(c+y)$$

のときに、民主化ではなく弾圧が選ばれる. 計算すると弾圧は

$$y < \frac{1-a-c}{2}$$

のときに実行される.

ちなみに、再配分政策によって革命を避けることができる場合 ($y \geq 1 - 2c/(1-q)$) でも、 $y < (1-a-c)/2$ であれば弾圧が選択される. Exercise10-1に貧富の格差 y を導入することで確認してほしい.

CHAPTER 11

EXERCISE 11-1

- (i) 1期目の交渉可能区間は $p_1 - c \leq x \leq p_1 + c$ であり, 2期目の交渉可能区間は $p_2 - c \leq x \leq p_2 + c$ である. $p_1 = 1/3$, $p_2 = 2/3$, $c = 1/4$ であるので, 各期の交渉可能区間は以下の通りになる.

$$1 \text{ 期目} : \frac{1}{12} \leq x \leq \frac{7}{12}$$

$$2 \text{ 期目} : \frac{5}{12} \leq x \leq \frac{11}{12}$$

よって, $5/12 \leq x \leq 7/12$ の間で, コミットメント可能である.

- (ii) $p_1 = 1/5$, $p_2 = 4/5$, $c = 1/4$ であるので, 各期の交渉可能区間は以下の通りになる. ただし, $p_1 - c = -1/20$ であるため, 1期目の下限はゼロになる. 同様に, $p_2 + c = 21/20$ であるため, 2期目の上限は1になる.

$$1 \text{ 期目} : 0 \leq x \leq \frac{9}{20}$$

$$2 \text{ 期目} : \frac{11}{20} \leq x \leq 1$$

$9/20 < 11/20$ のため, コミットメント可能な区間は存在しない.

- (iii) $p_1 = 6/7$, $p_2 = 2/7$, $c = 1/4$ であるので, 各期の交渉可能区間は以下の通りになる. ただし, $p_1 + c = 31/28$ であるため, 1期目の上限は1になる.

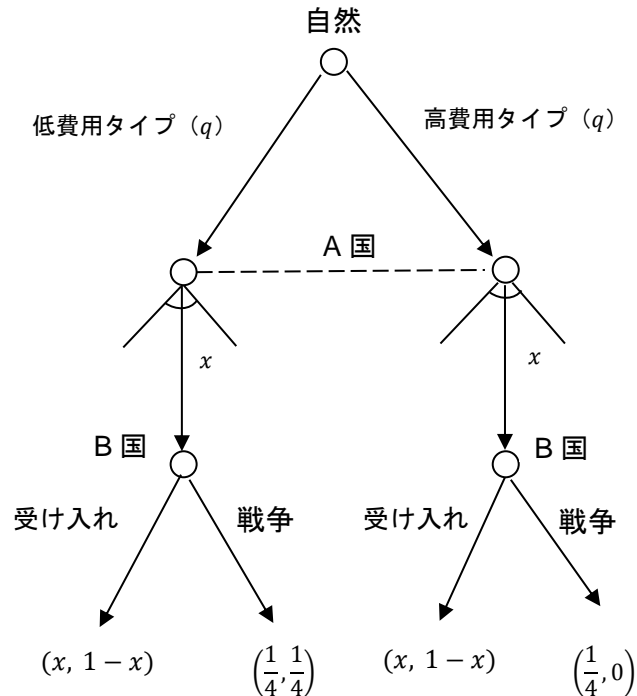
$$1 \text{ 期目} : \frac{17}{28} \leq x \leq 1$$

$$2 \text{ 期目} : \frac{1}{28} \leq x \leq \frac{15}{28}$$

$15/28 < 17/28$ のため, コミットメント可能な区間は存在しない. ここでは, A国ではなく, B国が2期目に強くなる例を考えている. よって, 1期目の下限と2期目の上限を比較すべきであることに注意されたい.

EXERCISE 11-2

(i)



戦争が生じた場合における低費用タイプの期待利得は $1/2 - 1/4 = 1/4$ であり、高費用タイプの期待利得は $1/2 - 1/2 = 0$ である。よって実質的にA国は、

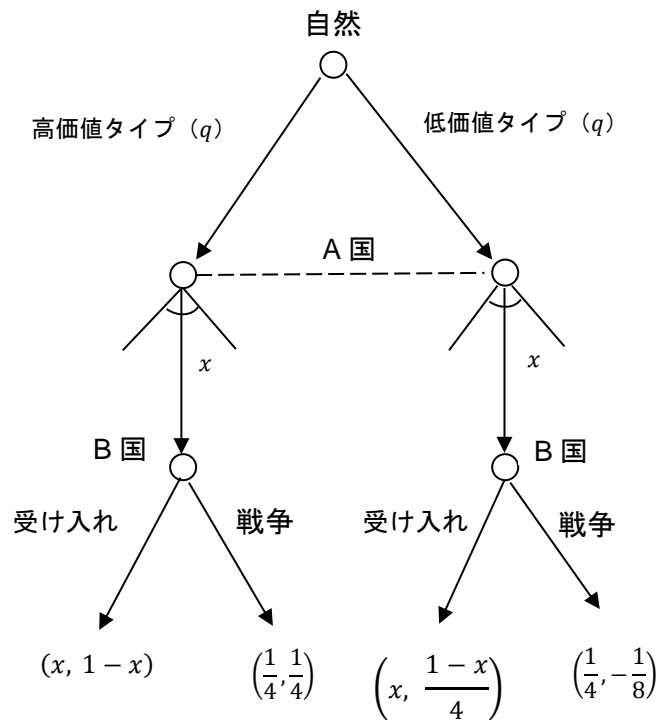
- ① B国に1/4を与えることを提案し、タイプによらず戦争をしない。
- ② B国に0を与えることを提案し、低費用タイプとは戦争をする。

の2択に直面している。①を選んだ場合にA国は3/4を得る。②を選んだとき、確率 q で相手が低費用タイプなら戦争が生じてしまうためA国の利得は1/4だが、確率 $1 - q$ で相手が高費用タイプならA国は1を得る。よって、A国の期待利得は

$$q \frac{1}{4} + (1 - q) \times 1 = 1 - \frac{3}{4}q$$

である。戦争が生じる可能性がある②を選択する条件は $1 - (3q)/4 > 3/4$ であり、計算より $q < 1/3$ になる。

(ii)



戦争が生じた場合における高価値タイプの期待利得は $1/2 - 1/4 = 1/4$ であり、低価値タイプの期待利得は $1/8 - 1/4 = -1/8$ である。よって実質的にA国は、

- ① B国に $1/4$ を与えることを提案し、タイプによらず戦争をしない。
- ② B国に 0 を与えることを提案し、高価値タイプとは戦争をする。

の2択に直面している。①を選んだ場合にA国は $3/4$ を得る。②を選んだときのA国の期待利得は

$$q \frac{1}{4} + (1 - q) \times 1 = 1 - \frac{3}{4}q$$

である。よって、②を選択する条件は $q < 1/3$ になる。

さらなる理解のために：章内の議論も含めると、B国の2つのタイプに関し、(イ)勝利確率が異なる場合、(ロ)戦争の費用が異なる場合、および(ハ)分け前の重要性が異なる場合、の3つの場合を考えてきました。それぞれの設定で細かい数値は異なるものの、含意は同じです。

- (イ) B国が強いタイプである確率が低いほど、戦争が生じる可能性がある。
- (ロ) B国が低費用タイプである確率が低いほど、戦争が生じる可能性がある。
- (ハ) B国が高価値タイプである確率が低いほど、戦争が生じる可能性がある。

つまり、多くの分け前を求めるタイプである確率が低いほど、戦争が生じやすくなるということです。B国にとって勝利確率が高いほど、戦争を実行する費用が低いほど、あるいは分け前を重視しているほど、戦争が起きることによる期待利得は高まります。よってA国は戦争を避けるために、より多くの分け前をB国に与える必要が出てきます。しかし、そういうタイプである確率が小さい場合、A国は強気の交渉に転じ、戦争が起きる可能性が生じます。(イ)、(ロ)、(ハ)の3つのケースを考えてきましたが、どれも本質的には同じことです。戦争が起きた場合の期待利得に影響を与えることで、戦争が生じる可能性を変えていくからです。よって、3つの設定は異なっているものの、理論的には違いがないと言えます。

CHAPTER 12

EXERCISE 12-1

利得表は、以下のように書き換えられる。

		B国	
		平和維持	攻撃
A国	平和維持	1/2, 1/2	1/12, 5/12 - c
	攻撃	5/12 - c, 1/12	1/4 - c, 1/4 - c

「両国が攻撃を選択する」がナッシュ均衡にならないようにするためには、相手が攻撃を選択していても、平和維持を選択することが最適であればよい。つまり、 $1/12 > 1/4 - c$ が成立する必要がある。書き換えると、 $c > 1/6$ である。

EXERCISE 12-2

(a) 非民主主義のA国と民主主義のB国

最後のA国の意思決定から考える。「戦う」を選択した場合の期待利得は $-1/2$ であり、「戦わない」を選択した場合の利得は $-a_A$ であるため、 $a_A < 1/2$ である非民主主義のA国は戦わない。A国が戦わない場合、B国が妥協しなければA国は戦わないため、B国は1を得ることができる。一方で、妥協してしまうと利得は $-a_B$ であるため、B国は妥協しない。最初にA国が脅してしまうと、B国は妥協せずA国は戦わないため、A国の利得は $-a_A$ になってしまう。一方で脅さなければ、A国の利得は0である。よって、A国は脅さない。

(b) 両国が非民主主義

(a)と同様の理由から、非民主主義のA国は戦わない。よって、B国が民主主義か否かに関わらず、B国は妥協しない。よって、A国は脅さない。