第11章の補論

１．知識スピルオーバーがある場合の研究開発投資

第11章では、研究開発投資に知識スピルオーバーがある場合に、同質財市場で競合する企業2社が2段階ゲームを行うことを考えました。ゲームの第1期に各企業は研究開発投資を行って限界費用を削減し、そして第2期に財の供給を行うというものです。本文では第2期での供給量の決定について企業2社がクールノー競争を行うものとして最適供給量を求めました。ここでは、第1期の研究開発投資について均衡となる投資水準を導出します。

企業$i \in \{1,2\}$の利潤関数は本文の式(11-1)で与えられていました。

$$\pi_i = (p - c_i)q_i - r(x_i) \tag{A11-1}$$

ここで限界費用c_iは、自社の投資水準x_iと競合企業からの知識スピルオーバーβx_jによって$c_i = c - x_i - \beta x_j$で表されます。ここでは研究開発への投資額を$r(x_i) = x_i^2/2$とおきます。研究開発費を$x_i$の2次関数にするのは、限界費用の減少幅$x_i$の2乗に比例して研究開発費が増加するような収穫逓減の状況を想定しているためです。なお、更に1/2をかけているのは計算の簡便化のためで大きな意味はありません。

本文では、逆需要関数が$p = 1 - Q = 1 - q_1 - q_2$であるときに(A11-1)を最大にする供給量が、以下のq_i^*となることを導出しています(本文の式(11-4)を参照)。

$$q_i^* = \frac{1 - c + (2 - \beta)x_i + (2\beta - 1)x_j}{3} \tag{A11-2}$$

したがって、式(A11-2)を式(A11-1)に代入したものが、第1期に企業iが最大にすべき利潤関数となります。実際に式(A11-1)に式(A11-2)および、$r(x_i) = x_i^2/2$を代入すると企業iの利潤は以下となります。

$$\pi_i^* = \frac{1}{9}\left[1 - c + (2 - \beta)x_i + (2\beta - 1)x_j\right]^2 - \frac{x_i^2}{2} \tag{A11-3}$$

式(A11-3)はx_iの2次関数なので、x_iに関して平方完成の形にすることでπ_1^*を最大にするx_iの値を求めることが出来ます。実際に求めると、

$$x_i = \frac{(1 - c)(2 - \beta) + (2 - \beta)(2\beta - 1)x_j}{4.5 - (2 - \beta)^2} \tag{A11-4}$$

が式(A11-3)を最大にするx_iであることが分かります。この式は企業iの研究開発投資に関する反応関数を表しています。競合企業jについても研究開発投資に関する反応関数を求めますが、企業iと企業jが対称であることから、反応関数は式(A11-4)のx_iとx_jを入れ替えたものになります。よって、両企業の反応関数を連立させてx_iについて解けば、均衡となる研究開

発の投資水準を求めることが出来ます。これを求めたのが以下のx_i^*です。

$$x_i^* = \frac{(1-c)(2-\beta)}{4.5-(2-\beta)(1+\beta)} \tag{A11-5}$$

このx_i^*は$0 \leq \beta \leq 1$の範囲でβの減少関数となり、$\beta = 0$で最大値、$\beta = 1$で最小値をとります(本文の図11-5(a)に示した実線の曲線がx_i^*を表しています)。

2. 研究開発投資における協調行動

次に知識スピルオーバーがある場合の研究開発に関する企業の協調行動を考えます。ここで想定している協調行動は、各々の企業が自社利潤を最大化するように研究開発投資を決定するのではなく、両社の合計利潤を最大化するように研究開発投資を決定することです。つまり、第1期に企業iは自社の利潤に競合企業jの利潤を加えた、産業全体の利潤$\tilde{\pi}$を最大化するようにx_iを決めるものとします。

$$\begin{aligned}\tilde{\pi} = \pi_i + \pi_j = \frac{1}{9}\left[1-c+(2-\beta)x_i+(2\beta-1)x_j\right]^2 - \frac{x_i^2}{2} \\ +\frac{1}{9}\left[1-c+(2-\beta)x_j+(2\beta-1)x_i\right]^2 - \frac{x_j^2}{2}\end{aligned} \tag{A11-5}$$

この式は少し複雑ですが、x_iに関する2次関数であることには変わらないので、式(A11-4)の導出と同様に平方完成の形にすることで $\tilde{\pi}$を最大にするx_i、すなわち企業iの研究開発投資に関する反応関数を求めることが出来ます。そのようなx_iを求めると、

$$x_i = \frac{(1-c)(\beta+1)+2(2\beta-1)(2-\beta)x_j}{4.5-(2-\beta)^2-(2\beta-1)^2} \tag{A11-6}$$

となります。この反応関数はx_jの1次関数であり、その直線の傾きはβの値に依存していることが分かります。$0 \leq \beta < 0.5$の範囲ではx_jの係数が負になるため、右下がりの直線になります。そして、βが0.5に近づくほどその傾きが小さくなっていき、$\beta = 0.5$のときに傾きは0になります。また、$0.5 < \beta \leq 1$の範囲ではx_jの係数が正になるため、反応関数は右上がりの直線になります。本文の図11-4では$\beta = 0.1$と$\beta = 0.9$の場合の反応関数を載せています。

一方、企業jの反応関数は(A11-6)のx_iとx_jを入れ替えたものです。したがって、両社の反応関数を連立させてx_iについて解けば、企業iの最適投資水準$\tilde{x}_i^*$を求めることができます。

$$\tilde{x}_i^* = \frac{(1-c)(\beta+1)}{4.5-(\beta+1)^2} \tag{A11-7}$$

この$\tilde{x}_i^*$を$0 \leq \beta \leq 1$の範囲で描いたものが本文の図11-5(a)の点線の曲線になります。