第 6 章の補論

1．カルテルのメリットについて

6.1 節では同質財市場に参入している企業がカルテルを結ぶ場合のメリットについて考えました。ここでは、そこでの議論を一般化して、参入企業n社のうち、$k(\leq n)$社がカルテルを結ぶことにメリットがあるための条件を導きます。

本文と同様にここでもカルテルに参加したk社はあたかも 1 社であるかのようにふるまい、k社の合計利潤を最大化するように供給量を選ぶものとします。一方、カルテルに参加しなかった$n-k$社はそれぞれ独立に供給量を選びます。つまり、市場ではカルテルに参加したグループ 1 つと独立した$n-k$社を合わせて、$n-k+1$社がクールノー競争することになります。ここで、カルテルに参加した企業 1 社当たりの利潤を$\pi^{in}(k)$、カルテルに参加しなかった企業の 1 社当たりの利潤を$\pi^{out}(k)$で表すことにします。

需要関数が$p=a-bQ$、各社の限界費用がcであるときに、$n-k+1$社がクールノー競争すると 1 社あたりの利潤は第 5 章の表 5-1 より、$\pi=bS^2/(n-k+2)^2$となります。カルテルに参加した企業はこの利潤をk社で分け合うことになるので、

$$\pi^{in}(k)=\frac{bS^2}{k(n-k+2)^2} \tag{A6-1}$$

です。一方、カルテルに参加しなかった企業の利潤は

$$\pi^{out}(k)=\frac{bS^2}{(n-k+2)^2} \tag{A6-2}$$

です。

カルテルにメリットがあるためには、自社がカルテルに参加したときの利潤$\pi^{in}(k)$の方が、自社だけカルテルから抜けたときの利潤$\pi^{out}(k-1)$よりも高い必要があります。つまり、

$$\pi^{in}(k)\geq\pi^{out}(k-1)\Leftrightarrow\frac{bS^2}{k(n-k+2)^2}\geq\frac{bS^2}{(n-k+3)^2} \tag{A6-3}$$

である必要があります。この条件を書き換えると

$$\begin{gathered}(n-k+3)^2\geq k(n-k+2)^2\\ \Leftrightarrow(n-k)^2+6(n-k)+9\geq k(n-k)^2+4k(n-k)+4k\\ \Leftrightarrow(1-k)(n-k)^2+(6-4k)(n-k)+(9-4k)\geq 0\end{gathered} \tag{A6-4}$$

となります。$k \geq 3$とすると(このとき、常に$n \geq k \geq 3$です)、最後の式の左辺の 3 つの項はすべて負になるため不等号は成り立たないことが分かります。また、$k = 2$のときは、条件式は$-n^2 + 2n + 1 \geq 0$となりますが、これを満たすのは$n = 2$のときのみで、$n > 2$では成り立ちません。したがって、カルテルにメリットがあるのは、$n = 2$かつ$k = 2$のときのみであることがわかります。

2. 割引現在価値の計算について

6.2 節では、意思決定が無限回の繰り返される場合の割引現在価値を計算する際に、等比数列の和の公式を使いました。ここでは等比数列の和の公式を説明します。

初項a、公比δの等比数列$\{a_i\}$の第i項は$a_i = a\delta^{i-1}$で表されます。この数列の第 1 項から第n項までの和(等比数列の和)をS_nとすると、以下となります。

$$S_n = \sum_{i=1}^{n} a_i = \sum_{i=1}^{n} a\delta^{i-1} = a + a\delta + a\delta^2 + \cdots + a\delta^{n-1} \tag{A6-5}$$

S_nにδをかけると、

$$\delta S_n = \delta \sum_{i=1}^{n} a\delta^{i-1} = a\delta + a\delta^2 + \cdots + a\delta^n \tag{A6-6}$$

となります。式(A6-5)の左辺から式(A6-6)の左辺を引いたものと、右辺から右辺を引いたものは等しいので、この関係式をS_nについて解けば、S_nが求められます。

$$\begin{aligned} & S_n - \delta S_n = (1-\delta)S_n = a - a\delta^n = a(1-\delta^n) \\ & \Rightarrow\ S_n = \frac{a(1-\delta^n)}{1-\delta} \end{aligned} \tag{A6-7}$$

ここで、公比δが$0 < \delta < 1$であれば、δ^nはnの増加とともに 0 に近づきます。したがって、S_nのnを無限大にしたときの値、すなわち、無限等比級数は以下のように求められます。

$$\lim_{n\to\infty} S_n = \lim_{n\to\infty} \frac{a(1-\delta^n)}{1-\delta} = \frac{a}{1-\delta} \tag{A6-8}$$

6.2 節のトリガー戦略の割引現在価値は、初項$a = 450$、公比$\delta = 1/(1+r)$として式(A6-8)を用いれば、以下のように求めることができます。

$$PV_1(\text{トリガー戦略}) = 450 + \frac{450}{1+r} + \frac{450}{(1+r)^2} + \cdots$$
$$= \frac{450}{1-1/(1+r)} = 450\left(\frac{1+r}{r}\right) \qquad \text{(A6-9)}$$

同様にカルテル破りの場合の割引現在価値も、第 2 項からの和の部分について、初項$a = 400/(1+r)$、公比$\delta = 1/(1+r)$として式(A6-8)を適用すれば求められます。

$$PV_1(\text{カルテル破り}) = 500 + \frac{400}{1+r} + \frac{400}{(1+r)^2} + \cdots$$
$$= 500 + \frac{400/(1+r)}{1-1/(1+r)} = 500 + \frac{400}{r} \qquad \text{(A6-10)}$$