

『情報とインセンティブの経済学』

練習問題解答集

第 1 章

1-1

資金が豊富で様々な事業を同時に実行できる商社はリスクの分散が可能で、よりリスク回避的ではないと考えられる。

1-2

リスク回避的 : 2, リスク中立的 : 1

1-3

a : 1, b : 4, c : 2

1-4

(1) $\frac{2}{3} \times 36 + \frac{1}{3} \times 9 = 27.$

(2) $\frac{2}{3} \times \sqrt{36} + \frac{1}{3} \times \sqrt{9} = 5.$

(3) $\sqrt{\hat{w}} = 5$ を満たせばよい. $\hat{w} = 25.$

(4) 1

(5) 株主はリスク中立的なので、報酬支払額の期待値を最小化したい。よっ

て、(3)の報酬契約 \hat{w} が望ましい。

第2章

2-1

保険会社がリスク中立的で保険加入者がリスク回避的ならば、リスク分担の観点では保険会社が全てのリスクを負担するべきだが、自己負担によって保険加入者にもリスクを負担させないと、事故を避けるための努力が疎かになる。

2-2

1 : a, 2 : b

2-3

直営店の場合は店長は報酬として給与を得るが、フランチャイズ店の場合は残余請求者だ。よって、フランチャイズ店の方がインセンティブは強いと考えられる。

2-4

- (1) 固定報酬契約を求めればよい。 $\sqrt{w} - 30 = 20$ より、 $w^* = 2500$ 。
- (2) 参加制約 $\frac{4}{5}\sqrt{w_S} + \frac{1}{5}\sqrt{w_F} - 30 \geq 20$ とインセンティブ制約 $\frac{4}{5}\sqrt{w_S} + \frac{1}{5}\sqrt{w_F} - 30 \geq \frac{1}{5}\sqrt{w_S} + \frac{4}{5}\sqrt{w_F}$ を統合で満たす報酬契約を求めればよい。 $(w_S^{**}, w_F^{**}) = (3600, 100)$
- (3) モラル・ハザードのもとでの報酬支払額の期待値は $\frac{4}{5}3600 + \frac{1}{5}100 = 2900$ なので、モニタリングに 400 まで支払える。

2-5

ボーナスを b とすると、インセンティブ制約は $20 + \frac{3}{4} \times b - 30 \geq 20 + \frac{1}{4} \times b$ となり、書き換えると $b \geq 60$ となる。

第3章

3-1

くじの賞金の期待値は $0.6 \times 10000 + 0.4 \times 3600 = 7440$. 期待効用は $0.6 \times 100 + 0.4 \times 60 = 84$. 確実同値額は $\sqrt{CE} = 84$ より, $CE = 7056$. リスク・プレミアムは $\rho = 384$.

3-2

分散 σ^2 が増加すると, 直面するリスクも大きくなる. よって, β を小さくしてリスク分担を調整する必要があるが生じる. β が大きいほどエージェントのリスク負担が大きくなることに注意しよう.

3-3

1

3-4

利用可能な評価指標は x_1 と x_2 だが, x_2 は x_1 に余分な不確実性が追加されているのみであり, 情報は何も追加されていない. よって, x_1 のみを評価指標として利用するべきだ.

3-5

製品の量と質, 長期的業務と短期的業務, 交通機関にとっての早さと安全性, 大学教員にとっての研究と教育, など.

第4章

4-1

相対評価によって共通するリスクを取り除くことができる. 例えば, 入学試験の難易度はすべての受験生に共通するリスクだが, 相対評価だとその影響は

解消される。

4-2

ライバルの業務にとって有益な情報を隠す、必要な資源を廃棄するなど。

4-3

エージェント 2 が努力を行わないよりも、努力を選ぶためのインセンティブ制約は

$$G(2)u(W) + (1 - G(2))u(L) - c \geq 0.5[u(W) + u(L)]$$

であり、書き換えると

$$u(W) - u(L) \geq \frac{c}{G(2) - 0.5}$$

となる。一方で、妨害工作ではなく努力を選ぶためのインセンティブ制約は $G(2)u(W) + (1 - G(2))u(L) - c \geq G(1)u(W) + (1 - G(1))u(L) - (1 + \lambda)c$ だが、この条件は $u(W) > u(L)$ であれば常に成り立つため無視することができる。

エージェント 1 が妨害交策ではなく何もしないためのインセンティブ制約は $G(-2)u(W) + (1 - G(-2))u(L) \geq G(-1)u(W) + (1 - G(-1))u(L) - (1 + \lambda)c$ であり、書き換えると

$$\frac{(1 + \lambda)c}{G(-1) - G(-2)} \geq u(W) - u(L)$$

となる。

したがって、

$$\frac{(1 + \lambda)c}{G(-1) - G(-2)} \geq u(W) - u(L) \geq \frac{c}{G(2) - 0.5}$$

が成立すれば、妨害工作を防ぎつつ努力を引き出すことができる。

4-4

エージェントは成果を等分するとしておこう。エージェント i の効用は

$$u_i = \frac{1}{n}(a_1 + \cdots + a_i + \cdots + a_n) - c \frac{a_i^2}{2}$$

となるので、努力水準は $a_i^{**} = 1/nc$ となる。よって、 n が増えると努力水準は低下する。

合計は $y^{**} = 1/c$ なので変化しない。

4-5

(1) 最適な貢献は

$$\max_{a_1, a_2} (a_1)^{\frac{1}{4}} (a_2)^{\frac{1}{4}} - \frac{a_1}{4} - \frac{a_2}{4}$$

を解くことによって得られる。 a_1 についての 1 階の条件は

$$\frac{1}{4} (a_1)^{-\frac{3}{4}} (a_2)^{\frac{1}{4}} - \frac{1}{4} = 0$$

となり、 a_2 についても同様に考え、2 式を解くと $a_1^* = a_2^* = 1$ を得る。パートナーシップのもとでは、エージェント 1 は a_2 が選ばれると想定すると、

$$\max_{a_1} \frac{(a_1)^{\frac{1}{4}} (a_2)^{\frac{1}{4}}}{2} - \frac{a_1}{4}$$

を満たすように a_1 を選び、1 階の条件は

$$\frac{1}{8} (a_1)^{-\frac{3}{4}} (a_2)^{\frac{1}{4}} - \frac{1}{4} = 0$$

となる。 a_2 についても同様に考え、2 式を解くと $(a_1^{**}, a_2^{**}) = (1/4, 1/4)$ を得る。

(2) 団体責任として

$$\theta_i(y) = \begin{cases} 1/2 & \text{if } y \geq 1 \\ 0 & \text{if } y < 1 \end{cases}$$

という配分ルールを考える。このとき、エージェント 2 が $a_2 = 1$ を選んでいれば、エージェント 1 は $a_1 = 1$ を選べば $1/4$ の効用を得るが、 $a_1 < 1$ を選べば最大でも 0 の効用しか得られない ($a_1 = 0$ のとき)。よって、 $a_1 = 1$ を選ぶ。同様にエージェント 1 が $a_1 = 1$ を選ぶとき、エージェント 2 も $a_2 = 1$ を選ぶ (ナッシュ均衡)。

第 5 章

5-1

感染症が流行している状況で、陽性の人と陰性の人とを区別できないので、すべての他人との接触を避けるようになる、など。

5-2

a:私的, b:不完備情報

5-3

- (1) 優良中古車は $85 \text{ 万} \leq p_G \leq 100 \text{ 万}$ を満たす p_G 。欠陥中古車は $5 \text{ 万} \leq p_B \leq 10 \text{ 万}$ を満たす p_B 。
- (2) 区別できない場合には、買手は中古車を平均的に $\frac{4}{5} \times 100 + \frac{1}{5} \times 10 = 82$ と評価し、これが支払意思額だ。ところが、この値は優良中古車の売手の評価を下回り、優良中古車は取引されなくなる。

5-4

2 期目にも地域 2 を訪れる場合は本文と同様に考えればよい。2 期目に地域 1 を訪れる場合に、考慮すべきケースは次の 4 つだ。

- 1 期目にチェーン店を訪れ、質が高かった (ケース 1)
- 1 期目にチェーン店を訪れ、質が低かった (ケース 2)
- 1 期目にローカル店を訪れ、質が高かった (ケース 3)

- 1期目にローカル店を訪れ、質が低かった（ケース4）

2期目に地域1を訪れるとき、ケース1では $b/B \geq p$ ならば2期目もチェーン店を訪れる。ケース2と3ではローカル店を訪れ、ケース4ではローカル店の質が低いと分かっているのでチェーン店を訪れる。

では、1期目の選択を考えてみよう。ここで、確率 q で2期目も地域1を訪れることに注意しておこう。1期目にローカル店を訪れた場合、確率 p で質は高く B の効用が得られ、確率 $1-p$ で質は低く効用は0だ。そして、2期目が地域2ならば情報はないのでそのローカル店を訪れ2期目の期待効用は pB となる。もし2期目に再び地域1を訪れるならば、質が高いローカル店ならば再び訪れ B の効用を得る。ローカル店の質が低ければ、2期目はチェーン店を訪れるの期待効用は pb となる。まとめると、1期目にローカル店を訪れた場合の合計の期待効用は

$$p[B + qB + (1 - q)pB] + (1 - p)[0 + qpb + (1 - q)pB]$$

となる。

では、1期目にチェーン店を訪れ質が高かったとしよう。このとき、 $b/B \geq p$ ならば地域にかかわらず2期目もチェーン店を訪れ b の効用を得る。また、質が低ければ2期目は地域にかかわらずローカル店を訪れ期待効用は pB となる。よって、もし質が高いチェーン店は2期目も訪れるとすると、合計の期待効用は

$$2pb + pB$$

となる。したがって、1期目にチェーン店を訪れる条件は

$$2pb + (1 - p)pB \geq p[B + qB + (1 - q)pB] + (1 - p)[qpb + (1 - q)pB]$$

となり、書き換えると

$$\frac{b}{B} \geq \frac{1 + p}{2 - q(1 - p)}$$

となり、この条件が成立すれば1期目にチェーン店を訪れる。（この条件のもとでは質の高いチェーン店には2期目も訪れる。）この条件は本文にある $q = 0$

の場合に相当する $b/B \geq (1+p)/2$ よりも成立しにくく、標準化のメリットは小さくなる。 $q > 0$ ならばローカル店をもう一度訪れることがあり得ることで、消費者にローカル店を試してみるインセンティブが生じる。

5-5

$P(\text{感染無し} \mid \text{陽性})$ を計算すればよい。ベイズ・ルールより

$$\begin{aligned} P(\text{感染無し} \mid \text{陽性}) &= \frac{P(\text{感染無しのうち陽性})P(\text{感染無し})}{P(\text{陽性})} \\ &= \frac{0.2 \times 0.95}{0.05 \times 0.9 + 0.95 \times 0.2} \approx 0.81 \end{aligned}$$

が成立し、おおよそ 81%。感染者の割合が減少すると、偽陽性の割合が増加することが分かる。

5-6

$P(\text{女性} \mid \text{カフェに行ったことがある})$ を計算すればよい。ベイズ・ルールより

$$\begin{aligned} P(\text{女性} \mid \text{カフェに行ったことがある}) &= \frac{P(\text{女性のうちカフェに行ったことがある})P(\text{女性である})}{P(\text{カフェに行ったことがある})} \\ &= \frac{0.6 \times 0.5}{0.4} = 0.75 \end{aligned}$$

が成立し、75%。

5-7

r が小さいとき、低い生産性のままで良いシグナルを得られる可能性が低くなる。よって、良いシグナルを得るために、投資をして高い生産性を獲得するインセンティブが強くなる。

第 6 章

6-1

a:分離, b:一括, c:分離

6-2

a:費用, b:利害

6-3

大規模な広告キャンペーンは消費者の目に触れやすいが巨額の費用もかかる。高い品質の財・サービスならば顧客が繰り返し購入するので広告費を回収できるが、品質が低い場合には回収できないので広告キャンペーンは実行できない。

6-4

株式への配当 → ビジネスモデルに対する自信, 献血や寄付 → 道徳心, (直接役に立たない) 資格の取得 → 能力への自信など。

6-5

[問題の修正] 労働者の生産性を $a + b\sqrt{e}$ とする。

タイプ L の労働者が e_L を選び, $a_L + b\sqrt{e_L}$ の報酬を得るとしよう。このとき, この労働者が考える問題は,

$$\max_e a_L + b\sqrt{e} - \frac{e}{a_L}$$

である。これより最適な学歴水準 e_L は,

$$\frac{b}{2\sqrt{e}} = \frac{1}{a_L},$$

を満たし, これを解くことで $e_L = (a_L b)^2 / 4$ を得ることができる。タイプ H についても同様の掲載により $e_H = (a_H b)^2 / 4$ を求めることができる。

ここで, タイプ L の労働者が e_H を選んでタイプ H のふりをするインセンティブがなければ, この (e_L, e_H) が分離均衡での学歴水準となる。この条

件は,

$$a_L + b\sqrt{e_L} - \frac{e_L}{a_L} \geq a_H + b\sqrt{e_H} - \frac{e_H}{a_L}$$

と書くことができる. e_L と e_H を代入すると, この条件は,

$$\frac{b^2}{4a_L}(a_L + a_H) \geq 1 + \frac{b^2}{2} \quad (1)$$

となり, これが満たされる場合は, それぞれのタイプが最適な学歴水準を選択することが分離均衡となる.

(1) が満たされない場合は, 本文中と同様に, タイプ H はタイプ L にまねをされない水準まで学歴水準を上げなければならない. まず, 分離均衡においてタイプ L は e_L 以外を選択することで効用を改善することはできないので, 均衡で必ず e_L を選択すると考えることができる. ここで, タイプ H が均衡で選択する学歴を e_H^* とすると, これは,

$$\begin{aligned} a_L + b\sqrt{e_L} - \frac{e_L}{a_L} &\geq a_H + b\sqrt{e_H^*} - \frac{e_H^*}{a_L}, \\ a_H + b\sqrt{e_H^*} - \frac{e_H^*}{a_H} &\geq a_L + b\sqrt{e_L} - \frac{e_L}{a_H} \end{aligned}$$

という条件を満たさなければならない. これらをまとめると,

$$a_H + b\sqrt{e_H^*} - \frac{e_H^*}{a_H} \geq a_L + b\sqrt{e_L} - \frac{e_L}{a_L} \geq a_H + b\sqrt{e_H^*} - \frac{e_H^*}{a_L}$$

が成り立つときに (e_L, e_H^*) が分離均衡を構成する.

この条件を満たす e_H^* が必ず存在することを最後に確認しよう. まず,

$$a_H + b\sqrt{e} - \frac{e}{a_H} > a_H + b\sqrt{e} - \frac{e}{a_L}$$

はどのような $e > 0$ についても成り立つことがわかる. 一方で, (1) が満たされない場合,

$$a_H + b\sqrt{e_H} - \frac{e_H}{a_L} > a_L + b\sqrt{e_L} - \frac{e_L}{a_L}$$

である。左辺は $e > e_H$ の範囲で e に対して減少なので、

$$a_H + b\sqrt{e_{min}} - \frac{e_{min}}{a_L} = a_L + b\sqrt{e_L} - \frac{e_L}{a_L}$$

を満たすような下限値 e_{min} を求めることができる。同様に、

$$a_H + b\sqrt{e_{max}} - \frac{e_{max}}{a_H} = a_L + b\sqrt{e_L} - \frac{e_L}{a_L}$$

を満たす上限値 $e_{max} > e_{min}$ を求めることができ、これらより $e_{max} \geq e_H^* \geq e_{min}$ のときに分離均衡が存在することがわかる。

6-6

分割均衡では、経営者は $0 \leq x < t_1$ (小さめ) と伝達されれば $a_S = t_1/2$ を、 $t_1 \leq x < t_2$ (中くらい) と伝達されれば $a_M = (t_1 + t_2)/2$ を、 $t_2 \leq x \leq 1$ (大きめ) と伝達されれば $a_L = (t_2 + 1)/2$ を選択する。

そして、仮に $x = t_1$ ならば、店長は $0 \leq x < t_1$ と伝達することと $t_1 \leq x < t_2$ と伝達することとが無差別となり、その条件は

$$\frac{1}{2} \left(\frac{t_1}{2} + \frac{t_1 + t_2}{2} \right) = t_1 + b$$

となる。

同様に、 $x = t_2$ ならば、店長は $t_1 \leq x < t_2$ と伝達することと $t_2 \leq x \leq 1$ と伝達することとが無差別となり、その条件は

$$\frac{1}{2} \left(\frac{t_1 + t_2}{2} + \frac{t_2 + 1}{2} \right) = t_2 + b$$

となる。

これらの2つの条件を解くと

$$t_1 = \frac{1 - 12b}{3}, \quad t_2 = \frac{2 - 12b}{3}$$

が得られ、これらが正であるためには $b < 1/12$ が満たされる必要がある。

6-7

「1/4 より小さい」と主張すれば $a_S = 1/8$ が選ばれ、このときタイプ x の店長の効用は $-x^2$ となる。また、「1/4 より大きい」と主張すれば $a_L = 5/8$ が選ばれ、店長の効用は $-(1/2 - x)^2$ となる。2つを比較すると、 $x < 1/4$ ならば「1/4 より小さい」と主張、 $x > 1/4$ ならば「1/4 より大きい」と主張する方が店長の効用は大きいことが確認できる。

第7章

7-1

抽選はアトラクションに対する個別の評価をもっとも反映しないのでスクリーニングの機能は弱い。

7-2

エコノミー・クラスの質をあえて落とすことで、ビジネス・クラスの顧客の支払額を増やすことができるから。

7-3

[問題の修正を確認してください]

- (1) タイプ H の従業員についての契約 (x_H, w_H) を考えよう。等号の参加制約 $w_H - x_H^2/8 = 0$ より、企業は $x_H - x_H^2/8$ を最大化するように x_H を決める。よって $x_H^* = 4$ となり、等号の参加制約より $w_H^* = 2$ を得る。同様に考えるとタイプ L については $(x_L^*, w_L^*) = (2, 1)$ 。
- (2) 本文と同様にタイプ L の参加制約とタイプ H のインセンティブ制約が等号で成立する。よって、 $w_L - x_L^2/4 = 0$ と $w_H - x_H^2/8 = w_L - x_L^2/8$ を得る。企業の期待利益

$$\frac{1}{2}(x_L - w_L) + \frac{1}{2}(x_H - w_H)$$

に2つの等式を代入すると

$$\frac{1}{2} \left(x_L - \frac{x_L^2}{4} - \frac{x_L^2}{8} \right) + \frac{1}{2} \left(x_H - \frac{x_H^2}{8} \right)$$

が得られる。これを最大化するように x_L と x_H を選ぶと $x_H^{**} = 4$ と $x_L^{**} = 4/3$ が得られる。また、報酬はそれぞれ $w_H^{**} = 20/9$, $w_L^{**} = 4/9$ となる。

7-4

93万円。(同額の場合は確率1/2で落札できるとすると、評価額が100万円の参加者は、92万円で1/2の確率で落札できることよりも、93万円で確実な落札を好む。)

7-5

評価が v_i の買手 i が $b_i > v_i$ を入札したとしよう。ライバルの入札額 b_j について考えるべきケースには、(i) $b_j > b_i > v_i$, (ii) $b_i > b_j > v_i$, (iii) $b_i > v_i > b_j$ の3つがある(入札額が等しくなる場合は考えないことにしよう)。ケース(i)では買手 i は落札できないがそれは v_i を入札しても同じだ。ケース(iii)では買手 i は落札に成功するがそれは v_i を入札してもやはり成功する。ケース(ii)では買手 i は落札できるが、そのときの利得は $b_j - v_i < 0$ となる。 v_i を入札していれば落札できずに利得もゼロとなる。したがって、 $b_i > v_i$ を入札しても損をするか変化しないかであり、それは v_i を入札することに(弱)支配される。 $b_i < v_i$ の場合についても同様に考えればよい。

第8章

8-1

a: 動学的非整合性, b: コミットメント

8-2

浪費を避けるためにクレジットカードをもたない，など。

8-3

λ が短いとき，相対的に1期目は短く2期目は長い。そして，1期目の情報は短い時間で2期目に利用される。エージェントは1期目に情報を開示すると2期目の待遇が悪くなることを知っているので， λ が小さい場合には1期目の情報を秘匿するインセンティブが強くなり，情報を開示するような分離均衡は存在しなくなる。

第9章

9-1

a:完備契約，b:不完備契約

9-2

a:レント・シーキング問題

9-3

売手：16億，買手：14億

9-4

投資が関係特殊的な場合，投資を行っても外部機会からの利益は増加せず，交渉の取り分も増加しないので投資のインセンティブは小さくなる。

9-5

大学での学びは様々な場所や状況で利用可能なので関係特殊性は小さい。特定の企業での経験はその企業に特有である性質がより強いので，より関係特殊

的と言える。

9-6

取引相手を2社に増やすことで外部機会が確保できる。したがって取引の条件を定める交渉をより優位に進めることが可能となり、とくに投資が汎用的な場合にはホールドアップ問題を軽減できるようになる。

第10章

10-1

a:補完的, b:独立的, c:必要不可欠

10-2

エンジンは他の部品とのすりあわせが必要で補完性が高いが、タイヤやバッテリーは標準化されており独立性が高い。

10-3

a:企業家, b:投資家

10-4

メリットは部下の選択をコントロールできること。デメリットは部下のインセンティブへのインセンティブ付けが難しくなりこと。